Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2020, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : dimensionnement global du train principal
- Partie 2 : étude cinématique du déploiement d'un atterrisseur principal
- Partie 3 : dimensionnement des éléments d'un atterrisseur
- Partie 4 : étude de certains effets dynamiques sur un atterrisseur principal à l'atterrissage
- Partie 5 : analyse du système de freinage

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2020/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ECOLES NORMALES SUPERIEURES – ECOLE POLYTECHNIQUE

CONCOURS D'ADMISSION 2020

MARDI 21 AVRIL 2020 - 8h00 – 13h00

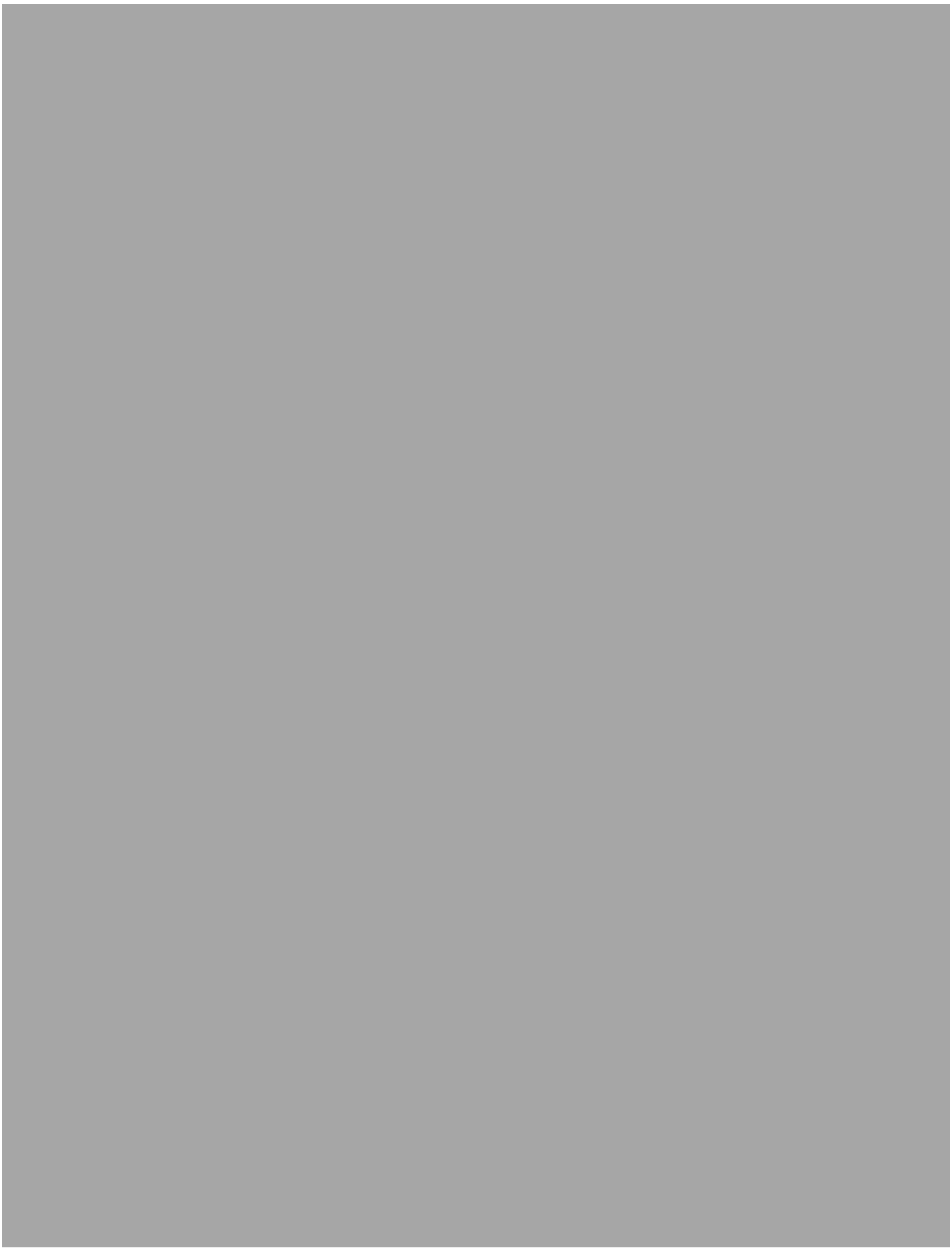
FILIERE PSI

COMPOSITION de SCIENCES INDUSTRIELLES (XCR)

Durée : 5 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre



Etude du train d'atterrissage principal de l'avion A350-900



Le sujet est composé :
- d'un livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé (pages 1 à 34). Des annexes (de A à E) sont présentes à la fin du livret ;
- de documents réponse à joindre obligatoirement à la copie (numérotés de DR1 à DR4).

Il est recommandé au candidat :
- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler sur sa copie le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et rédiger clairement ses réponses ;
- de numéroter soigneusement les pages de sa copie.

Introduction

Le modèle A350-900 du constructeur européen Airbus est un avion commercial long-courrier bimoteur moderne, ayant un rayon d'action de près de 16000 km. Il est en service depuis janvier 2015 et peut embarquer environ 350 passagers. Ses caractéristiques techniques utiles pour l'étude sont données dans l'annexe A.
Comme tout avion, la mission première du modèle A350-900 est de voler, mais plusieurs phases de son cycle opératoire se déroulent au sol, et certaines parmi les plus critiques. Ainsi, l'avion doit pouvoir se diriger vers la piste et s'élancer pour prendre son envol. A l'issue du vol, l'avion doit aussi pouvoir se poser et ralentir sur la piste d'atterrissage avant de s'acheminer vers son point de stationnement. L'accomplissement de ces opérations est réalisé par le **train d'atterrissage** constitué de l'ensemble des composants participant aux fonctions d'atterrissage, de roulage, d'orientation, de freinage et de décollage de l'avion. Le train d'atterrissage est un organe fondamental de l'avion, qui lui permet d'évoluer au sol en toute sécurité. De par ses caractéristiques uniques (inactivité en vol, seule interface entre la structure de l'avion et le sol, cycle de vie de plus de 20 ans…), il doit être à la fois compact, léger, robuste et fiable.

Les éléments structuraux d'un train d'atterrissage sont conçus sur mesure pour répondre aux besoins de l'avion et intégrer le train dans son environnement. Dans le cas du modèle A350-900, le train d'atterrissage est constitué de trois atterrisseurs équipés chacun d'un ensemble de roues et d'un système de commande : un **atterrisseur auxiliaire** (train avant), situé sous le nez de l'avion, qui permet notamment les manœuvres au sol à l'aide de roues orientables ; deux **atterrisseurs principaux**, situés sous chaque aile, qui forment le train principal.

Dans cette étude, on se focalise sur la conception du train principal qui est un objet de haute technologie dont les missions sont multiples. Parmi les plus usuelles, on peut citer :

- la transmission à la structure de l'avion de l'essentiel des efforts exercés au niveau du sol ;
- l'absorption et la dissipation d'énergie en un temps très court lors de l'impact au sol ;
- le freinage sur la piste après l'atterrissage ;
- la suspension de l'avion en roulage sur la piste (phase de taxi) à des vitesses allant de 0 à 380 km/h (vitesse de décollage) ;
- l'immobilisation de l'avion à son point de stationnement (phase de parking) ;
- l'escamotage (après la phase de décollage) et le déploiement (avant la phase d'atterrissage) des atterrisseurs.

Chaque atterrisseur principal du modèle A350-900 est attaché à un bogie composé de 2x2 roues (organisation dite *twin-tandem*). L'atterrisseur est constitué des éléments suivants (voir figure 1 et annexe B) :

- un **caisson** (corps de l'atterrisseur) qui assure la transmission de la majorité des efforts vers la structure de l'avion ;
- un **système absorbeur** avec amortisseur intégré qui absorbe l'énergie d'impact et supporte les évolutions au sol. L'ensemble {caisson, système absorbeur} constitue la **jambe** de l'atterrisseur ;

- un **balancier** articulé avec l'extrémité inférieure du piston de l'amortisseur. Il reçoit les quatre roues pour former le bogie : deux à son extrémité avant et deux à son extrémité arrière ;
- un **compas** permettant d'empêcher la rotation axiale du piston de l'amortisseur (et donc des roues) par rapport au caisson ;
- deux **contrefiches principales** qui transmettent les efforts longitudinaux à la structure de l'avion et maintiennent l'atterrisseur en position déployée ;
- deux **contrefiches secondaires** (ou biellettes de verrouillage) qui maintiennent en position ouverte (verrouillage) les contrefiches principales.

Ces différents éléments, qui utilisent des matériaux de pointe (titane, fibres de carbone, aciers résistants à la corrosion), sont décrits précisément dans l'annexe B.

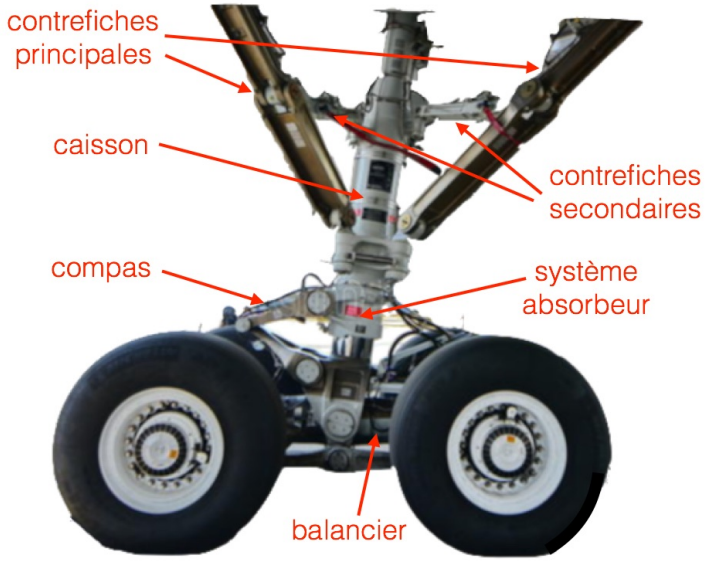


Figure 1 : organisation d'un atterrisseur principal du modèle A350-900

L'objectif de l'étude est de valider certaines performances d'un atterrisseur principal de l'avion A350-900.
L'étude se décompose en 5 parties relativement indépendantes et concerne essentiellement les différentes phases de vie de l'atterrisseur pendant une opération d'atterrissage de l'avion (figure 2).

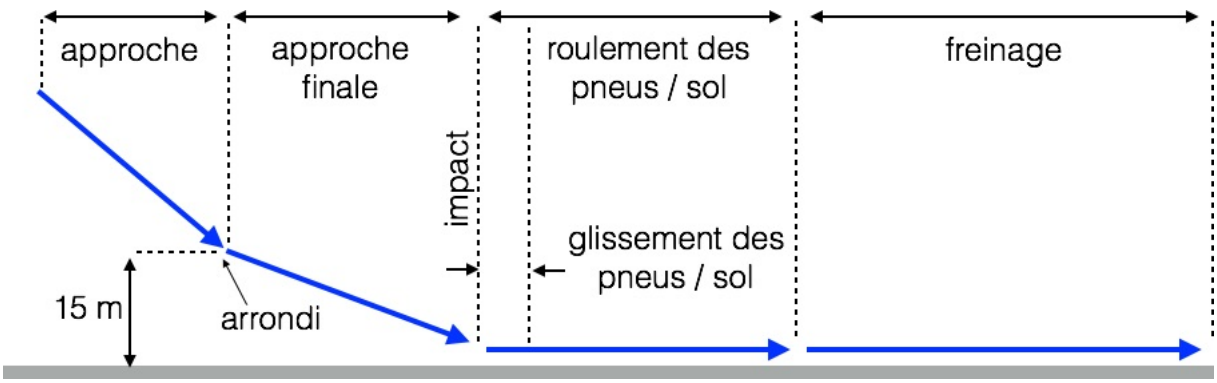


Figure 2 : chemin de vol de l'avion en phase d'atterrissage

La **partie 1** aborde le dimensionnement global du train principal vis-à-vis des charges statiques et dynamiques subies lors d'évolutions au sol.
La **partie 2** étudie la cinématique de déploiement d'un atterrisseur principal.
La **partie 3** s'intéresse au dimensionnement en statique des éléments d'un atterrisseur principal, en lien avec la transmission des efforts et le verrouillage du système.
La **partie 4** étudie la criticité des effets dynamiques sur un atterrisseur principal lors de l'impact au sol à l'atterrissage.
La **partie 5** traite du système de freinage équipant un atterrisseur principal, afin de valider la conception et la commande de ce système.

Dans tout le sujet, et sauf mention contraire, les différentes pièces seront considérées comme des **solides rigides** et les liaisons entre solides seront considérées **parfaites**.

On définit un référentiel $\mathcal{R}_0$ lié au sol et considéré galiléen. Dans ce référentiel, on associe un repère fixe $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
Pour les parties 1 et 4, on définit un référentiel $\mathcal{R}$ lié à l'avion. Dans ce référentiel, on associe un repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Le point O est situé sur l'axe longitudinal de l'avion, au niveau du nez de l'appareil (figure 3). $\vec{x}$ est la direction longitudinale de l'avion, dirigée vers l'avant, $\vec{y}$ est la direction transversale, tandis que $\vec{z}$ correspond à la direction verticale ascendante à l'avion.

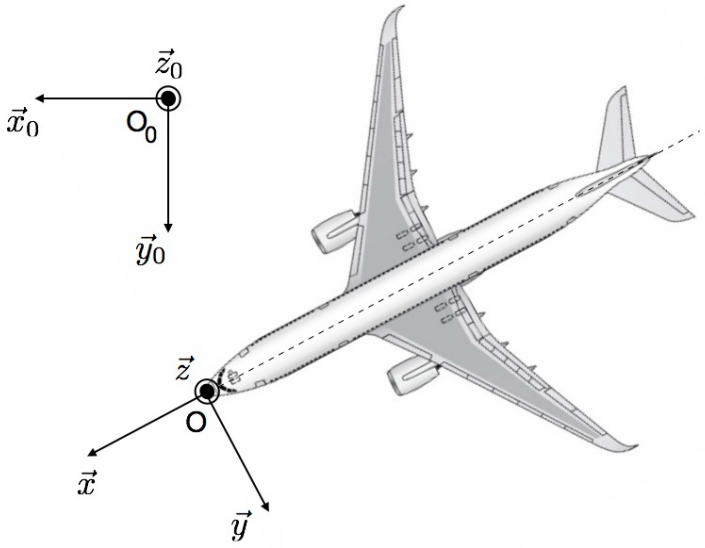


Figure 3 : visualisation des repères liés au sol et à l'avion

Les notations suivantes sont utilisées :
- pour le train avant : *NLG (Nose Landing Gear)*
- pour le train principal : *MLG (Main Landing Gear)*
- pour le décollage : *TO (Take-Off)*
- pour l'atterrissage : *LD (Landing)*

Partie 1 : dimensionnement global du train principal

Le train d'atterrissage assure la transmission des charges de l'avion au sol (poids propre de l'avion, effets dynamiques à l'atterrissage et au décollage, charges liées aux mouvements au sol). Ces charges ont des composantes verticales (direction $\vec{z}$), longitudinales (direction $\vec{x}$) et latérales (direction $\vec{y}$).

L'objectif de cette partie est de valider partiellement la position des trois atterrisseurs du train d'atterrissage vis-à-vis du niveau de ces charges et de critères de stabilité de l'avion, avant de faire un choix adapté de pneumatiques pour les atterrisseurs principaux.

1.1 Mise en place d'un modèle de statique

Modélisation des contacts au sol
La configuration du train d'atterrissage de l'avion A350-900 est de type tricycle (figure 4), avec :
- deux atterrisseurs principaux (gauche et droit) attachés sur la voilure, légèrement à l'arrière du centre de gravité G de l'avion et de part et d'autre du plan de symétrie vertical (O, $\vec{x}$, $\vec{z}$) de l'avion. Ils supportent l'essentiel du poids de l'avion ;
- un atterrisseur auxiliaire situé sous le nez de l'avion, qui assure l'équilibre longitudinal de l'avion au sol et permet de manœuvrer.

Les atterrisseurs principaux sont équipés de quatre roues chacun, tandis que l'atterrisseur auxiliaire est équipé de deux roues.

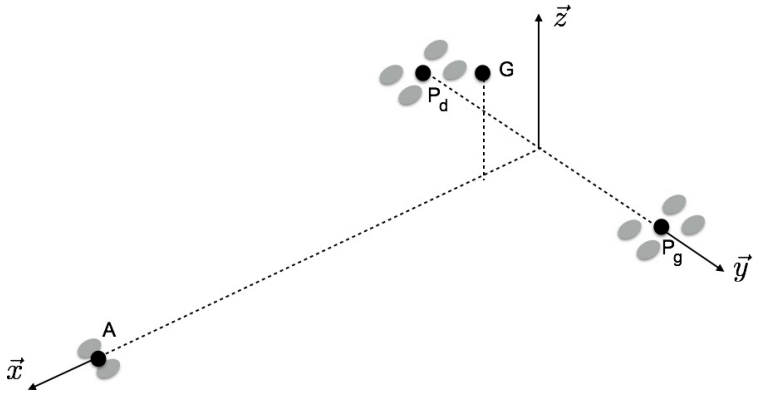


Figure 4 : organisation tricycle du train d'atterrissage

Dans toute cette partie, les mobilités entre les différents éléments de l'avion (roues, fuselage…) ne sont pas considérées ; ces éléments ne forment donc qu'une seule classe d'équivalence désignée « avion ».

Q1.1 : En comparant avec une architecture dans laquelle l'atterrisseur auxiliaire serait situé à l'arrière de l'avion (roue de queue), indiquer deux avantages d'une architecture tricycle du train d'atterrissage.

Q1.2 : Donner deux intérêts d'avoir plusieurs roues sur un même atterrisseur.

Q1.3 : Déterminer le degré d'hyperstatisme d'une modélisation de la liaison avion-sol dans laquelle chaque contact roue-sol serait considéré ponctuel.

Pour simplifier l'étude, les actions mécaniques de contact entre chaque atterrisseur et le sol sont modélisées globalement par un effort ponctuel vertical. Ainsi la modélisation introduit trois liaisons ponctuelles (voir figure 4) de normales (A, $\vec{z}$) (atterrisseur auxiliaire), (P_g, $\vec{z}$) (atterrisseur principal gauche) et (P_d, $\vec{z}$) (atterrisseur principal droit).

Q1.4 : Démontrer que ce modèle simplifié est isostatique.

Notion de corde aérodynamique moyenne

On s'intéresse ici aux caractéristiques aérodynamiques de la voilure, permettant notamment de définir la position du centre de gravité de l'avion dans un modèle de statique global.

Chacune des deux ailes de l'avion est un objet géométrique 3D complexe. Pour simplifier, on en considère une représentation plane (2D) dans le plan médian (O, $\vec{x}$, $\vec{y}$) de l'avion. Dans cette représentation, la géométrie de l'aile est considérée trapézoïdale en première approche (figure 5).

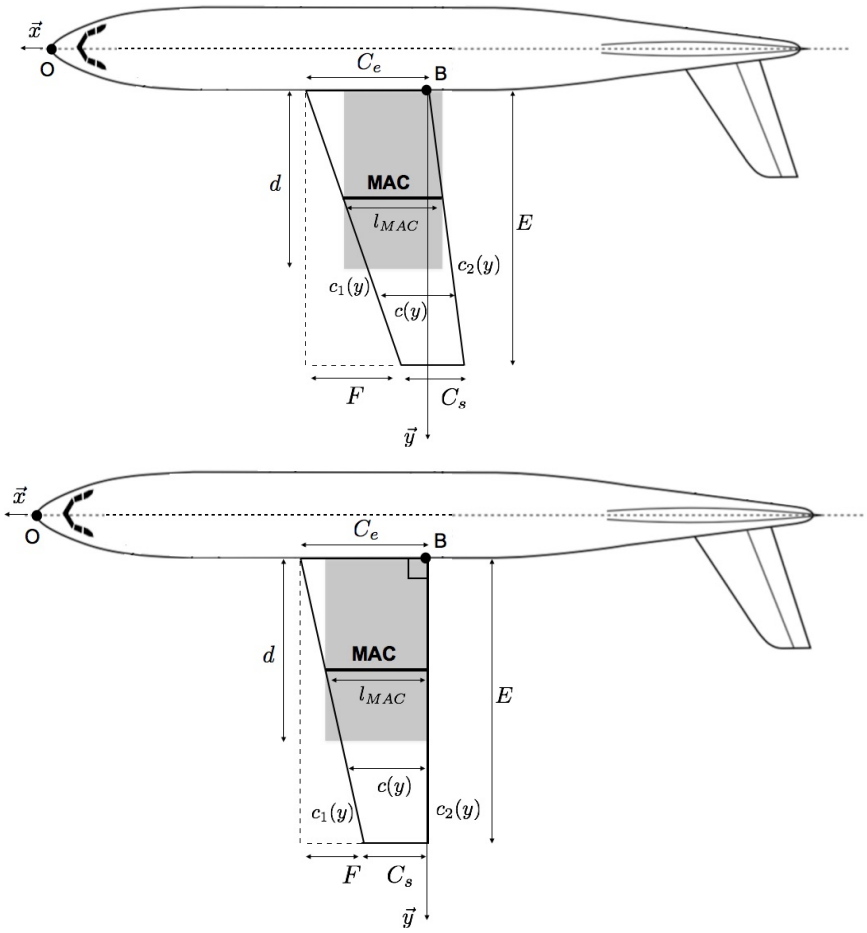


Figure 5 : représentation générale d'une aile trapézoïdale (haut) avec cas particulier d'une aile trapézoïdale à angle droit (bas)

L'axe (B, $\vec{x}$) parallèle à l'axe longitudinal de l'avion est le support de l'**emplanture** de l'aile, qui est la zone de jonction avec le fuselage de l'avion. Elle a pour longueur C_e. En notant y la distance par rapport à l'emplanture, on définit alors plusieurs entités et grandeurs :

- le **bord d'attaque**, qui est le bord situé à l'avant de l'aile (là où l'air attaque l'aile en premier). Il est décrit par l'équation $x = c_1(y)$;

- le **bord de fuite**, qui est le bord situé à l'arrière de l'aile (là où l'air quitte l'aile après l'avoir contournée). Il est décrit par l'équation $x = c_2(y)$;
- le **saumon**, qui est le bord à l'extrémité de l'aile. Il a pour longueur C_s ;
- l'**envergure**, qui est la distance E entre l'emplanture et le saumon ;
- la **flèche**, qui est l'angle entre le bord d'attaque et la direction transversale. Elle est paramétrée par la distance F ;
- la **corde** $c(y)$, qui est la distance (en ligne droite, parallèlement à l'axe (B, $\vec{x}$)) entre le bord d'attaque et le bord de fuite. Elle varie en fonction de la distance à l'emplanture.

La corde aérodynamique moyenne (*Mean Aerodynamic Chord* ou MAC) est la corde d'une aile rectangulaire de dimension $l_{MAC} \times d$ qui aurait la même surface portante et occasionnerait le même moment selon (B, $\vec{y}$) (tangage) que l'aile considérée pour une pression de portance uniforme (voir figure 5).

Q1.5 : Dans le cas d'une aile trapézoïdale à angle droit, donner les deux relations liant la longueur l_{MAC} de la corde MAC, d et les caractéristiques de l'aile précédemment introduites. En déduire la relation $l_{MAC} = \frac{1}{S}\int_0^E c^2(y)dy$ avec S la surface portante de l'aile.

On suppose que la relation définissant l_{MAC} reste vraie pour une géométrie d'aile trapézoïdale quelconque. On introduit l'effilement $E_{ff} = \frac{C_e}{C_s}$ de l'aile.

Q1.6 : Donner les expressions de $c_1(y)$ et $c_2(y)$ en fonction des données F, C_s, E_{ff} et E. En déduire celle de $c(y)$ en fonction de C_s, E_{ff} et E.

Q1.7 : Déterminer alors l'expression de la longueur l_{MAC} en fonction de C_s et E_{ff}.

La corde MAC est connue pour les ailes du modèle A350-900. Elle est située transversalement au tiers de l'envergure de l'aile (en partant de l'emplanture), et sa position longitudinale est telle que ses extrémités sont à des distances d_{MAC}^- et $d_{MAC}^+ = d_{MAC}^- + l_{MAC}$ du point O (figure 6).

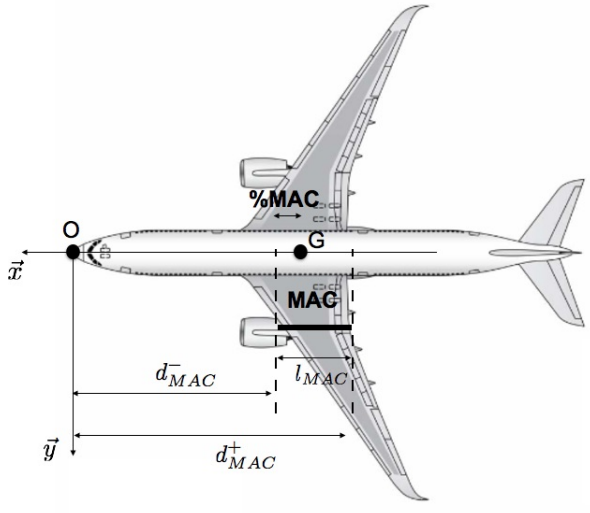


Figure 6 : positionnement de la corde MAC pour le modèle A350-900

La position longitudinale x_G du centre de gravité G de l'avion, telle que $\overrightarrow{OG} = -x_G\vec{x}$, se trouve le long de la corde MAC. Elle est exprimée en pourcentage de MAC (% MAC), de telle façon qu'une position à n% MAC signifie que $x_G = d_{MAC}^- + \frac{n}{100} l_{MAC}$.

1.2 Positionnement longitudinal des atterrisseurs

La position longitudinale des atterrisseurs est contrainte par plusieurs conditions incluant le centrage, la stabilité de l'avion, sa manoeuvrabilité, ou le niveau des charges réparties sur chaque atterrisseur. Ces conditions fournissent des limites de positionnement et définissent ainsi un espace admissible de conception. On se propose ici de déterminer cet espace afin de respecter le cahier des charges partiel donné ci-dessous.

Fonctions	Critères	Niveaux
FP1 : transmettre les charges au sol	Masse M_{TO} au décollage	268 tonnes
	Limite avant x_{AV} du centre de gravité	25% MAC
	Limite arrière x_{AR} du centre de gravité	35% MAC
	Poussée F_{mot} de chaque moteur	380 kN (x2)
	Charge verticale sur le train avant	≥10% poids
	Charge verticale sur le train principal	≥80% poids

La plage de valeurs possibles pour x_G, schématisée sur la figure 7, est comprise entre x_{AV} (position de G la plus avancée) et x_{AR} (position de G la plus en arrière). Elle est déterminée en fonction des performances de vol et prend en compte les variations liées à la quantité de carburant dans les réservoirs, à la répartition des passagers, à la charge transportée…
Pour le modèle A350-900, les niveaux du cahier des charges et la position de la corde MAC donnent $x_{AV} = 28{,}2$ m et $x_{AR} = 29{,}2$ m.

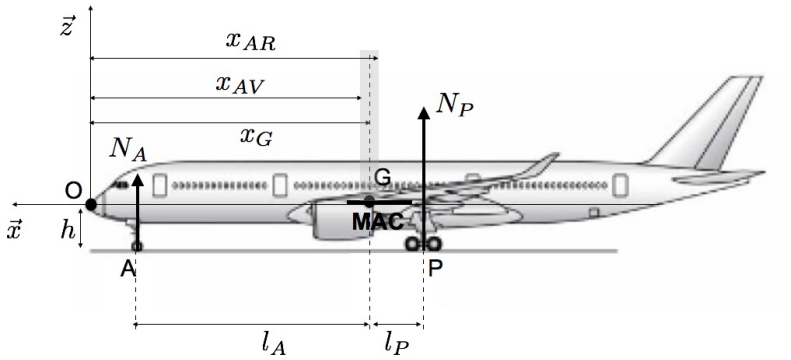


Figure 7 : paramétrage longitudinal du problème

Pour la présente étude, on se place dans le plan de symétrie vertical (O, $\vec{x}$, $\vec{z}$) de l'avion (figure 7). Dans ce plan :

- A est le point de contact entre le sol et le train avant. On note $\overrightarrow{GA} = l_A\vec{x} - h\vec{z}$, et N_A est l'effort normal au contact ;
- P est le point de contact entre le sol et le train principal (ce point correspond donc à la projection des points P_g et P_d dans le plan d'étude). On note $\overrightarrow{GP} = -l_P\vec{x} - h\vec{z}$, et N_P est l'effort normal global (pour les deux atterrisseurs principaux) au contact.

On donne h=4,9 m.

On se place en statique, l'avion étant à sa masse maximale M_{TO} et à l'arrêt sur une piste horizontale (phase avant le décollage).

Q1.8 : Donner l'expression des efforts N_A et N_P en fonction de la masse M_{TO} de l'avion et des longueurs l_A et l_P.

Q1.9 : Démontrer qu'il est essentiel d'avoir $l_P \geq 0$ (atterrisseurs principaux situés à l'arrière du centre de gravité G). Cette contrainte est appelée ***contrainte 1*** par la suite.

Deux contraintes de positionnement longitudinal des atterrisseurs sont liées à la répartition de la charge :

- la charge sur l'atterrisseur auxiliaire doit être supérieure à une valeur $N_A^{min} = \sigma_A^{min} M_{TO} g$ pour garantir l'efficacité des manœuvres au sol (***contrainte 2***) ;
- la charge sur l'atterrisseur auxiliaire doit rester inférieure à une valeur $N_A^{max} = \sigma_A^{max} M_{TO} g$ pour des raisons de résistance mécanique et pour garantir la performance de freinage par les atterrisseurs principaux (***contrainte 3***).

Q1.10 : Pour chacune de ces deux contraintes, indiquer la position la plus critique ($x_G = x_{AV}$ ou $x_G = x_{AR}$) du centre de gravité G et donner le lien entre $x_A = -\overrightarrow{\mathrm{OA}}.\vec{x}$ et $x_P = -\overrightarrow{\mathrm{OP}}.\vec{x}$ afin de respecter la contrainte. Ce lien sera exprimé en fonction des données σ_A^{min}, σ_A^{max}, x_{AV} et x_{AR}.

En plus des contraintes précédentes, le positionnement longitudinal des atterrisseurs est aussi limité par des contraintes d'arrimage sur la structure de l'avion :

- valeur minimale x_A^{min} de la position de l'atterrisseur auxiliaire pour son arrimage sur le nez de l'appareil (***contrainte 4***) ;
- valeur maximale x_A^{max} de la position de l'atterrisseur auxiliaire pour son arrimage sur le nez de l'appareil (***contrainte 5***) ;
- contrainte liée à la position du longeron avant des ailes (***contrainte 6***) ;
- contrainte liée à la position du longeron arrière des ailes (***contrainte 7***).

L'ensemble des contraintes (1-7) est représenté dans un diagramme (x_P, x_A) sur le document réponse DR1, en tenant compte du cahier des charges et des données structurales et aérodynamiques de l'avion.

Q1.11 : Compléter le diagramme du document DR1 en indiquant dans chaque case le numéro de la contrainte (de 1 à 7) à laquelle elle se rapporte.

Q1.12 : Représenter sur le diagramme du document DR1 la zone de positionnement longitudinal admissible pour les atterrisseurs. Valider alors la position longitudinale des atterrisseurs choisie dans la conception du modèle A350-900 (voir annexe A).

1.3 Dimensionnement d'un atterrisseur principal

A partir de la position des atterrisseurs validée précédemment, on détermine le chargement maximal sur chaque atterrisseur principal afin de choisir les pneumatiques des roues des bogies.

On prend ici $x_G = x_{AR} = 29{,}2$ m (position la plus reculée du point G, dimensionnante pour les atterrisseurs principaux).

Prise en compte des effets dynamiques

En dehors de la phase d'impact à l'atterrissage (voir partie 4), une phase dynamique apportant une surcharge potentiellement critique sur les atterrisseurs principaux est la phase d'accélération avant le décollage. La modélisation associée est donnée sur la figure 8. Elle est similaire à celle de la figure 7 mais intègre la poussée F_{mot} de chacun des deux moteurs ($2F_{mot}$ globalement). On introduit la hauteur h_{mot} entre le sol et l'axe des moteurs ; on prendra $h_{mot} = 2{,}9$ m.

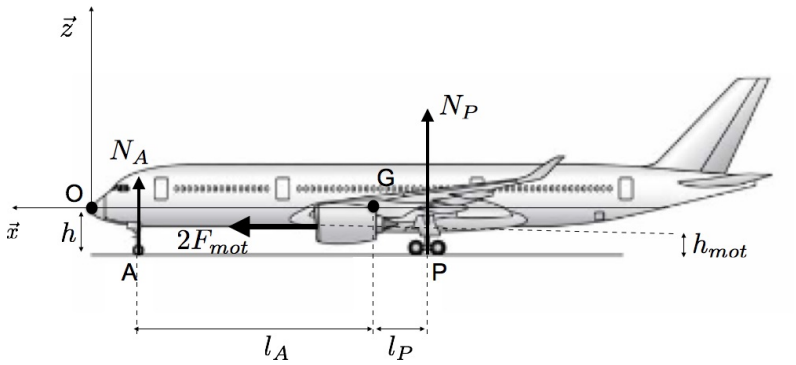


Figure 8 : Modèle dynamique de l'avion

Q1.13 : A partir de la modélisation choisie, déterminer en fonction de F_{mot} : (i) l'expression et la valeur de l'accélération γ_a de l'avion au décollage ; (ii) la nouvelle expression de l'effort N_P, notée N_P^{dyn} ; (iii) l'expression de la surcharge sur le train principal par rapport au cas statique (rapport N_P^{dyn}/N_P^{stat}).

Q1.14 : En déduire la valeur de la surcharge sur le train principal et la discuter en comparaison avec celle du coefficient de sécurité C=1,5 appliqué en pratique (de façon forfaitaire) à toutes les charges statiques calculées. Indiquer deux autres phases de vie dynamiques de l'avion qui sont prises en compte par le coefficient C.

Choix des pneumatiques

On suppose que la charge sur un atterrisseur principal est répartie équitablement sur les 4 roues du bogie. Le type de pneumatique équipant ces roues doit être sélectionné afin de supporter la charge tout en minimisant la taille (donc le poids) du bogie.

Q1.15 : Après avoir calculé la charge dimensionnante pour un atterrisseur principal (avec application du coefficient de sécurité $C = 1{,}5$), choisir le type de pneumatique le plus adapté parmi la liste proposée dans l'annexe C. Ce choix sera clairement argumenté.

Partie 2 : Etude cinématique du déploiement d'un atterrisseur principal

L'objectif de cette partie est de vérifier la cinématique de déploiement d'un atterrisseur principal, c'est-à-dire sa capacité à se déployer lors des phases de transition air/sol ou sa capacité à maintenir une liaison au sol. L'exigence à satisfaire est l'existence de ces deux modes de fonctionnement (mouvement de rotation et encastrement).

Une représentation volumique du système cinématique est donnée dans l'annexe D. On y voit la jambe de l'atterrisseur, ses contrefiches et les dispositifs de verrouillage.
Un paramétrage de la cinématique de l'atterrisseur est proposé sur la figure 9. On travaille sur un demi-système de déploiement, par exemple le système avant. Le système arrière est presque symétrique, la position de certains points étant légèrement modifiée. L'angle $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_1})$ est noté α.

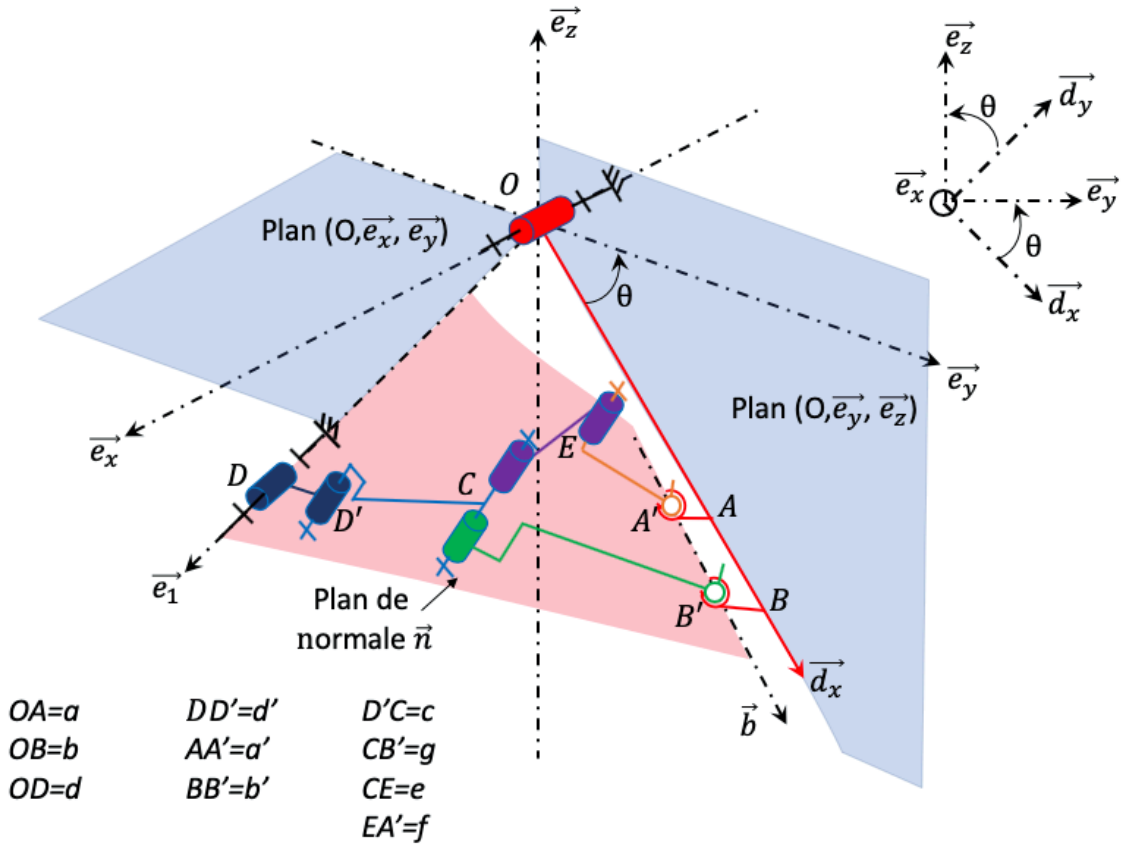


Figure 9 : schéma cinématique du système de déploiement

Les point O, A et B appartiennent à la jambe dont la direction $\overrightarrow{d_x}$ est donnée par l'angle θ. La jambe est en liaison pivot d'axe (O, $\overrightarrow{e_x}$) avec le bâti.
Le point D appartient au bâti. La biellette DD' est en liaison pivot d'axe (D, $\overrightarrow{e_1}$) avec le bâti.
Les autres biellettes sont en liaison pivot d'axes (D', $\vec{n}$), (C, $\vec{n}$) et (E, $\vec{n}$).
En A' et B', on supposera une combinaison en série de deux pivots d'axes concourants (formant des liaisons rotules à doigt) alors qu'une légère excentration est présente en réalité. L'une des directions de rotation de ces rotules à doigt est $\vec{n}$.

Q2.1 : Quel est l'intérêt d'un dispositif de rentrée/sortie du train d'atterrissage ?

Q2.2 : Compte tenu des liaisons entre les différentes pièces des contrefiches et des biellettes de verrouillage, définir le plan du mouvement du système de barres (ce plan pourra varier dans le temps). En déduire que les rotules à doigt en A' et B' ont leur deuxième axe de rotation commun, de direction notée $\vec{b}$ sur la figure 9.

Q2.3 : Donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BB'}}$ dans la base $\left(\overrightarrow{d_x}, \overrightarrow{d_y}, \overrightarrow{e_x}\right)$ sachant que la longueur BB' est notée b' et l'angle entre $\overrightarrow{\mathrm{BB'}}$ et $\overrightarrow{d_y}$ est noté γ.

Q2.4 : Montrer, sans détailler tous les calculs, que la longueur B'D' fixe l'angle θ d'ouverture du train.

Q2.5 : Montrer, sans détailler tous les calculs, que si $||\overrightarrow{\mathrm{A'C}}|| = f + e$ alors l'angle θ est fixé.

Q2.6 : En pratique, proposer une solution technique sous forme schématique permettant de limiter la variation d'angle entre les biellettes A'E et EC.

Q2.7 : En supposant les points B et B' (respectivement A et A', et D et D') confondus, définir grâce à différents triangles la relation entre l'angle d'ouverture du train et la longueur BD. On notera B_p la projection de B dans le plan $(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$. On pourra calculer les longueurs BB_p et OB_p pour commencer.

Q2.8 : Donner le degré de mobilité du système lorsque les biellettes de verrouillage sont libres et lorsqu'elles sont bloquées. Dans les deux cas, donner les torseurs cinématiques de la liaison équivalente entre la jambe et le châssis de l'avion.

Q2.9 : On suppose que toute la masse du train est concentrée au niveau du bogie (masse M_t donnée), et que le train n'est soumis qu'à son propre poids. Donner une expression du temps d'ouverture (celui-ci doit être en pratique inférieur à 15 s) et détailler les éléments principaux menant à celle-ci. La relation entre la longueur des ressorts de raideur k et l'angle d'ouverture est supposée connue et notée $l = l(\theta)$.

Partie 3 : Dimensionnement des éléments d'un atterrisseur principal

L'objectif de cette partie est de déterminer les actions mécaniques transmises dans les composants d'un atterrisseur principal, en ciblant dans un premier temps le système de verrouillage puis l'atterrisseur dans sa globalité.

3.1 Etude du verrouillage

Les vérins de verrouillage sont fixés sur la contrefiche principale et actionnent la biellette de verrouillage (annexe D). Une fois au sol, un opérateur sécurise manuellement cette position avec une goupille. Il évite que le train se rétracte au sol tant que le poids de l'avion est sur ses roues. La mise en butée est réalisée par une des extrémités de la biellette de verrouillage qui dépasse la ligne médiane de l'ensemble des deux biellettes représentées sur la figure 10 (technologie dite *overcentre*). Généralement les vérins de verrouillage sont à double sens. Ils verrouillent le mécanisme en extension et le déverrouillent avant la rétraction. Néanmoins, en cas de perte de fonctionnalité des vérins, le dispositif de verrouillage doit pouvoir avoir lieu sous l'effet seul de la gravité.

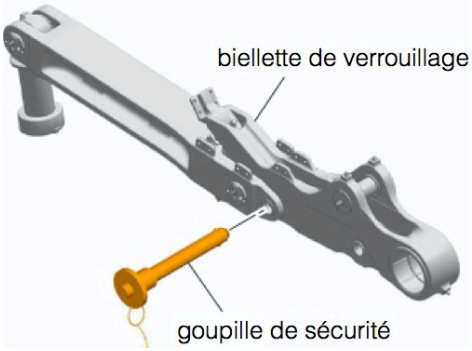


Figure 10 : zoom sur le dispositif de verrouillage par goupille

Dans le but d'étudier le mécanisme de verrouillage, on se propose d'étudier le modèle de la figure 11. Celui-ci représente très schématiquement le système composé des biellettes de verrouillage de même longueur. Le ressort de raideur k représente la rigidité équivalente du système {jambe, contrefiches, vérin} lorsqu'il est en déploiement maximal. Le ressort de raideur additionnelle k_{add} représente la rigidité équivalente du système de verrouillage.

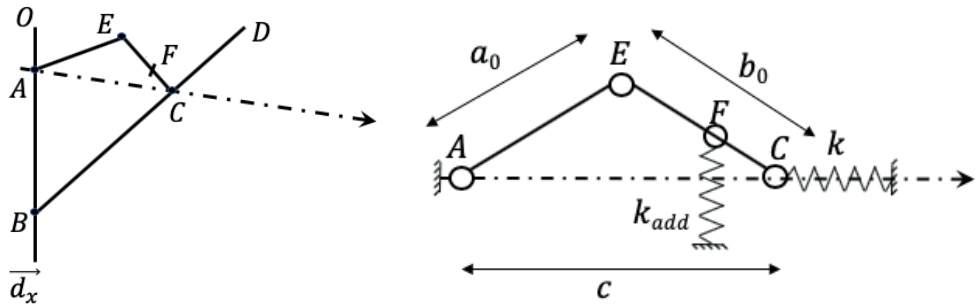


Figure 11 : schématisation du mécanisme de verrouillage

Q3.1 : La distance c est égale à c_0 lorsque le ressort de raideur k est déchargé. Ecrire l'équation exprimant la longueur c en fonction de la composante verticale (notée u) du

déplacement du point E par rapport à sa position initiale. Exprimer l'énergie potentielle associée au ressort de raideur k en fonction de c puis u.

Q3.2 : A partir des symétries du système, proposer une forme de l'évolution de cette énergie potentielle en fonction de u. Les minima locaux de celle-ci correspondent aux positions d'équilibre métastables (une petite perturbation de la solution autour d'une position d'équilibre entraîne un retour à la position d'équilibre initiale).

Q3.3 : La raideur k_{add} est désormais prise en compte. Quel est son rôle vis-à-vis du verrouillage ?

Q3.4 : Peut-on parler d'arc-boutement dans le cas présent ?

3.2 Analyse des efforts transmis

On s'intéresse maintenant à la détermination des efforts dans l'ensemble du système {jambe, contrefiches, biellettes de verrouillage} décrit dans l'annexe D et dont un schéma partiel est donné sur la figure 9 (un seul système de contrefiches y est représenté). L'axe de rotation de la contrefiche par rapport au bâti est noté $(O,\overrightarrow{e_1})$. L'autre système de contrefiches (supposé symétrique pour simplifier) est lui aussi en pivot par rapport au bâti, et on note $\overrightarrow{e_1}'$ sa direction. Le train étant déployé, on prendra $\overrightarrow{d_x} = -\overrightarrow{e_z}$.
Le vérin d'orientation des roues est supposé libre et les liaisons roue/sol sont supposées ponctuelles avec frottement sec. Les actions mécaniques transmissibles dans le système viennent du chargement dynamique dû à l'avion. Le charge verticale est limitée par l'amortisseur qui absorbe une partie de l'énergie à l'atterrissage.

Le schéma du bogie est donné sur la figure 12 ; ne sont représentées que deux roues sur les quatre. Dans la suite, on fera l'hypothèse que les roues de chaque côté du bogie subissent les mêmes actions mécaniques du sol.

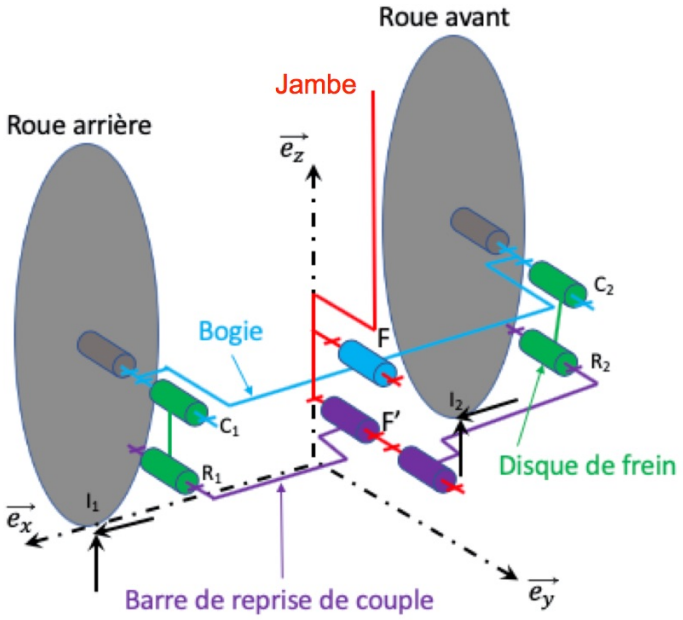


Figure 12 : schématisation d'un demi-bogie

Le bogie est en liaison pivot d'axe (F, $\overrightarrow{e_y}$) avec la jambe de l'atterrisseur. Le système de freinage associe un ensemble de disques à chaque roue par une liaison encastrement (en gris sur la figure 12). Un autre ensemble de disques est en liaison pivot avec le balancier (en vert sur la figure 12) d'axe (C_1, $\overrightarrow{e_y}$) ou (C_2, $\overrightarrow{e_y}$). Lorsque le frein est libre, les deux groupes de disques sont libres de tourner l'un par rapport à l'autre. Lorsque le frein est serré, les deux groupes de disques sont encastrés. Entre ces deux configurations, il y a glissement avec frottement. Deux barres de reprise de couple (en violet sur la figure 12) sont en liaison pivot avec ces disques d'axe (R_1, $\overrightarrow{e_y}$) ou (R_2, $\overrightarrow{e_y}$), et avec le balancier d'axe (F', $\overrightarrow{e_y}$). Le vérin d'orientation n'est pas représenté sur ce schéma. Notons que les distances C_1R_1, C_2R_2 et FF' sont égales. De même, les distances C_1F, C_2F, R_1F' et R_2F' sont égales.

Q3.5 : Montrer que les roues avant et arrière d'un même bogie subissent les mêmes efforts normaux dans la configuration avion au sol. Considérer les deux cas : (i) frein libre ; (ii) frein serré.

Q3.6 : En proposant un modèle de frottement de Coulomb, écrire le torseur des actions mécaniques transmissibles par le sol sur la roue au point de contact roue/sol (en I_1 ou en I_2).

Q3.7 : Faire un graphe de liaisons du système {jambe, contrefiches, biellettes de verrouillage} en position verrouillée. La jambe est alors supposée verticale. On y fera apparaitre les actions mécaniques issues du bogie qui seront modélisées par le torseur en F (F étant à l'intersection de l'axe de la jambe et de l'axe de la liaison pivot entre le bogie et la jambe, cf. annexe D) :

$$\left\{\begin{matrix} F_{Tx}\overrightarrow{e_x} + F_{Ty}\overrightarrow{e_y} + F_N\overrightarrow{e_z} \\ N\overrightarrow{e_x} \end{matrix}\right\}_F$$

Ces actions sont supposées connues et imposées par la dynamique de l'avion, son poids et les lois de frottement.

Q3.8 : Par des considérations simples, montrer qu'il n'est pas possible de déterminer toutes les actions mécaniques.

Par la suite, les efforts transitant dans les biellettes de verrouillage sont négligés.

Q3.9 : Justifier l'alignement des deux pièces composant chaque contrefiche (avant, arrière) en supposant un modèle en deux dimensions dans le plan du mouvement.

Q3.10 : Écrire rigoureusement la procédure permettant de déterminer tout ou partie des efforts dans chacune des pièces (jambe et contrefiches). On supposera que le système de contrefiches ne peut transmettre qu'un effort suivant son axe.

Q3.11 : Sous quelle hypothèse peut-on déterminer toutes les actions mécaniques ? Est-il raisonnable de supposer que les efforts dans les deux contrefiches sont égaux ?

Q3.12 : Dans les conditions de chargement précisées, la jambe est-elle sollicitée en torsion ?

Partie 4 : Etude de certains effets dynamiques sur un atterrisseur principal à l'atterrissage

L'objectif de cette partie est d'analyser la dynamique d'un atterrisseur principal en phase d'atterrissage, lorsque l'avion se pose sur la piste, en vue de la validation de la conception. L'étude se porte sur les performances du système absorbeur de choc, ainsi que sur la criticité des effets dynamiques de mise en rotation des roues et de shimmy.

La dynamique d'un atterrisseur est en pratique très complexe (car fortement non-linéaire) ; elle est étudiée ici dans une version simplifiée.

Cahier des charges partiel

Fonctions	Critères	Niveaux
FP1 : transmettre les charges au sol	Masse M_{LD} à l'atterrissage	205 tonnes
FP2 : permettre au pilote de poser l'avion sans l'endommager	Vitesse verticale d'impact v_v Vitesse d'approche finale v_{LD}	$\leq$ 3 m/s 260 km/h

4.1 Etude du système absorbeur de choc

Une fonction essentielle du train principal est l'amortissement de l'impact d'atterrissage afin de protéger la structure (en évitant des charges trop importantes sur celle-ci) et garantir le confort des passagers. Cela est assuré par un système qui absorbe et dissipe sous forme de chaleur (en un temps très court de l'ordre de quelques dixièmes de seconde) l'énergie cinétique verticale de l'avion à l'impact avec le sol.
On étudie ici les performances de ce système depuis l'instant où les pneus touchent le sol jusqu'à l'immobilisation verticale de l'avion.

Modélisation

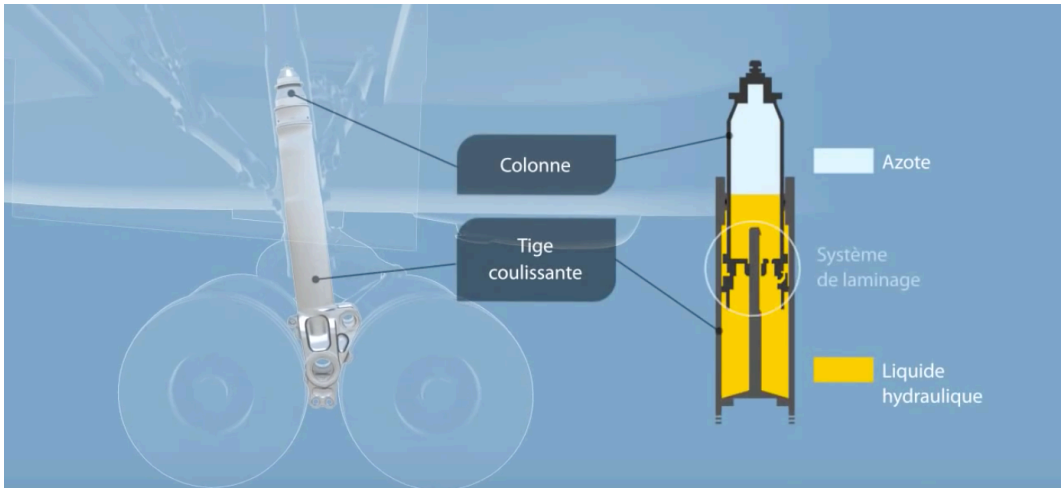


Figure 13 : structure du système absorbeur

Le caisson d'un atterrisseur principal contient un système absorbeur de type oléo-pneumatique constitué (voir figure 13) :
- d'une colonne fixe remplie d'azote. La compression de l'azote pendant le mouvement crée une force élastique non-linéaire (fonction ressort) ;
- d'une tige coulissante (vérin), solidaire du bogie, qui glisse dans la colonne. La tige contient un liquide faiblement compressible dont le laminage à travers des orifices calibrés pendant le mouvement crée par perte de charge une force visqueuse (fonction amortissement).

Une partie de l'énergie cinétique verticale est également absorbée par l'élasticité des pneumatiques assurant une liaison de type ressort (supposé linéaire de raideur k_{pneu}) avec le sol.

Le modèle dynamique plan utilisé pour chaque atterrisseur est de type masse-ressort-amortisseur 1D (non-linéaire). Il est décrit sur la figure 14.

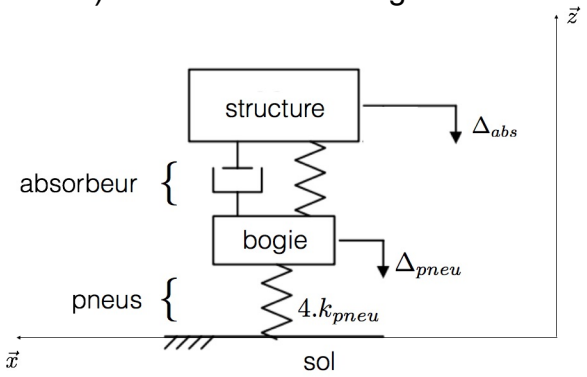


Figure 14 : modélisation dynamique d'un atterrisseur

Q4.1 : Montrer que l'atterrisseur ne peut pas fonctionner sans la fonction ressort assurée par la compression de l'azote.

On suppose que dans la phase d'approche à l'atterrissage, la portance aérodynamique équilibre exactement le poids de l'avion (spécification de certification). Ainsi la vitesse de descente est constante, et les atterrisseurs doivent uniquement absorber l'énergie cinétique verticale de l'avion.
On considère de plus un atterrissage pour lequel l'avion est légèrement incliné vers l'arrière (atterrissage cabré), le train principal touchant donc le sol en premier.
On suppose enfin que les 8 roues du train principal touchent le sol simultanément.

On note E_{abs} l'énergie théoriquement absorbée par le système absorbeur d'un atterrisseur, et liée à la course totale Δ_{abs} de la tige coulissante.

Une efficacité $\eta_{abs} = 0{,}8$ (resp. $\eta_{pneu} = 0{,}47$) est considérée pour l'absorbeur (resp. pour chaque pneumatique). Elle décrit le rapport entre les énergies réellement et théoriquement absorbées.

Q4.2 : Exprimer E_{abs} en fonction de la déflexion totale du pneu Δ_{pneu} et des données η_{abs}, η_{pneu}, k_{pneu}, M_{LD} et v_v.

Caractérisation par essai de chute libre

La vérification des performances d'absorption des atterrisseurs d'avions commerciaux est faite par un essai dynamique spécifique de chute libre (*drop test*). Ce test utilise un puits de chute dans lequel tombe librement, depuis une hauteur spécifiée h_{test}, l'atterrisseur équipé de ses roues et pneumatiques.

Pendant l'essai, le chariot sur lequel est attaché l'atterrisseur est guidé en translation verticale le long de deux rails liés au bâti. Ce guidage est réalisé par l'intermédiaire de 4 liaisons pivot glissant de même direction (figure 15).

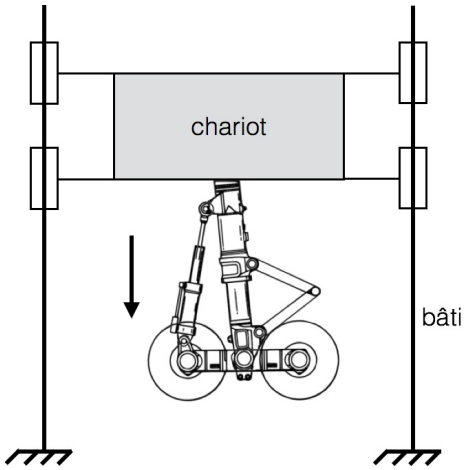


Figure 15 : schématisation du test de chute

Q4.3 : Déterminer (en le démontrant) la liaison équivalente pour le guidage du chariot, et indiquer son degré d'hyperstatisme. Argumenter le choix d'une telle conception.

Afin de simuler un atterrissage réel en position cabrée (le train principal touchant le sol en premier), le chariot est associé à une masse réduite équivalente m_r qui représente la portion de la masse de l'avion qui est supportée par l'atterrisseur principal après l'impact, jusqu'à ce que l'atterrisseur auxiliaire touche lui aussi le sol (la masse propre de l'atterrisseur avec bogie étant négligée). Cette masse équivalente tient compte des effets de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de l'avion après impact (figure 16).

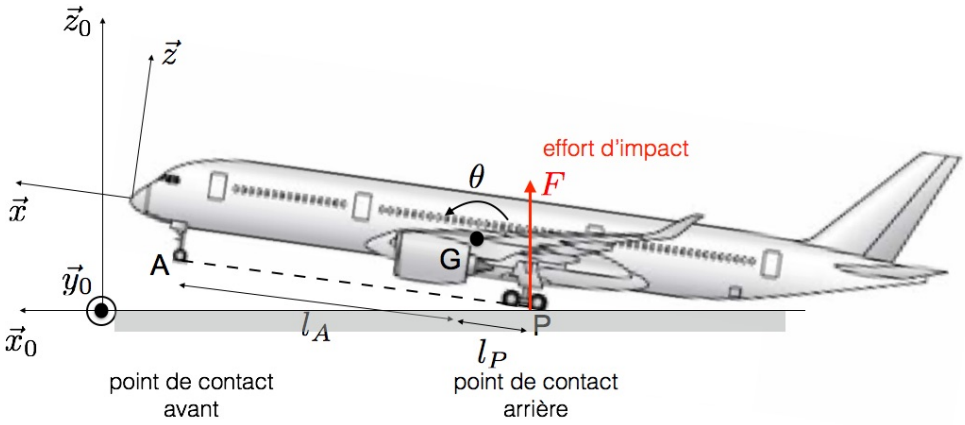


Figure 16 : disposition de l'avion à l'impact

Q4.4 : Déterminer l'expression de la force d'impact F sur le train principal en fonction de la masse M_{LD} de l'avion à l'atterrissage, du moment d'inertie I_y de l'avion autour de l'axe (G, $\vec{y}$) et des données dimensionnelles. En déduire la masse réduite m_r du chariot à considérer pour simuler l'atterrissage réel. On pourra faire l'approximation des petits angles.

Q4.5 : Déterminer alors, en fonction de v_v, M_{LD} et m_r, l'expression de la hauteur de lâcher h_{test} à considérer pour reproduire l'énergie cinétique à l'impact.

Le relevé expérimental est réalisé en mesurant pendant le test les accélérations (par un capteur capacitif) et les déplacements (par un capteur inductif) des différentes pièces, ainsi que l'effort transmis le long de l'atterrisseur (par un capteur d'effort monté en série de l'absorbeur).

La courbe d'effort dans le système absorbeur en fonction de la course de la tige coulissante est donnée dans le document réponse DR2. Un atterrissage qualifié de dur est simulé, avec $v_v = -3$ m/s (cette vitesse est de l'ordre de -1 m/s pour un atterrissage en douceur). Par convention, une valeur nulle de la course indique que l'atterrisseur est complètement détendu.

Q4.6 : Représenter graphiquement sur la courbe du document DR2 l'énergie totale E_{tot} absorbée par le système pendant toute sa phase de compression, ainsi que les parts E_{stock} et E_{diss} de cette énergie qui sont respectivement stockée dans le ressort à gaz et dissipée dans l'amortisseur.
Ces énergies seront indiquées en noir (pour E_{tot}), rouge (pour E_{stock}) et bleu (pour E_{diss}) sur le document DR2.

Q4.7 : Justifier que pendant la phase de compression, la première zone de montée en effort est directement influencée par l'effort d'amortissement, alors que la deuxième zone de montée est influencée par le ressort.

La norme indique que le rapport entre la charge verticale maximale et la charge statique dans l'atterrisseur ne dépasse pas une valeur q_c (facteur de charge limite).

Q4.8 : Indiquer un paramètre du système absorbeur sur lequel on peut jouer pour vérifier cette contrainte.

Q4.9 : Discuter de la forme de la courbe de l'effort donnée dans le document DR2 pour la phase de détente.

4.2 Analyse de l'effet dynamique de mise en rotation (*spin-up*)

Le phénomène de *spin-up* correspond à l'apparition d'efforts longitudinaux au contact roue-sol générés par la mise en rotation de la roue (initialement à l'arrêt) lorsqu'elle touche le sol à l'atterrissage.
La différence de vitesse entre la surface de la piste et le pneumatique de la roue (qui correspond à la vitesse longitudinale de l'avion à l'impact) provoque un glissement et génère des forces tangentielles de frottement pendant un temps très court (quelques centièmes de seconde seulement). Le phénomène s'arrête lorsque le régime

permanent de roulement est atteint, la vitesse circonférentielle du pneumatique étant alors égale à la vitesse longitudinale de l'avion (plus de glissement).
Le phénomène de *spin-up* a un rôle majeur dans l'usure des pneumatiques (fumée blanche derrière les roues à l'impact, voir figure 17) et dans la conception de l'atterrisseur.



Figure 17 : frottement dynamique et usure des pneus à l'impact

Modélisation
La force de frottement (traînée) F_h au contact pneu/sol est proportionnelle au coefficient de frottement dynamique μ et à la force verticale F_v sur la roue (figure 18). Cependant, le coefficient μ n'est pas constant mais dépend très fortement du taux de glissement (modèle de LuGre, voir figure 18). Cela s'explique par la déformation élastique de la matière au contact et par son échauffement.
La force de frottement F_h permet d'accélérer la roue jusqu'à atteindre le régime permanent de roulement.

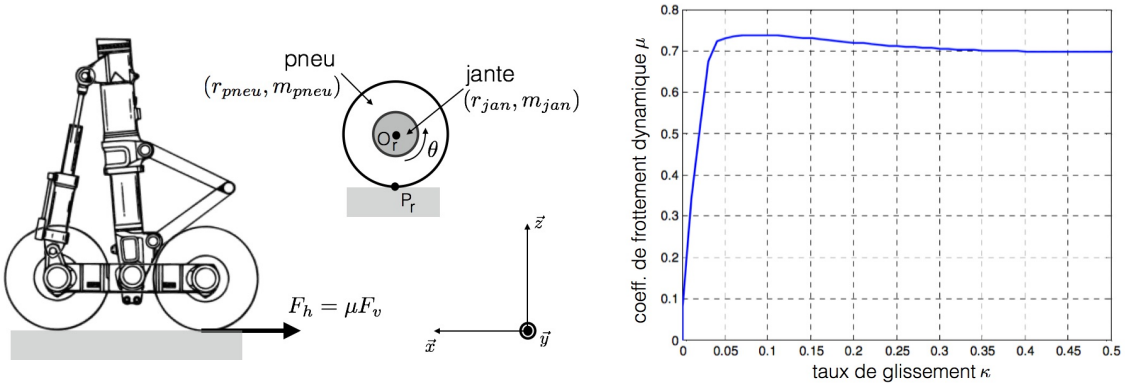


Figure 18 : modèle de frottement utilisé (gauche) et courbe du coefficient de frottement dynamique en fonction du taux de glissement (droite)

On suppose qu'il n'y a pas de freinage des roues pendant la phase de mise en rotation (vitesse longitudinale de l'avion constante et égale à v_{LD}).

On néglige ici la déflexion du pneumatique. Celui-ci est donc modélisé par un anneau circulaire de rayon externe r_{pneu} et de masse m_{pneu}. La jante de la roue est modélisée quant à elle par un disque de rayon r_{jan} et de masse m_{jan}. On note O_r le centre de la roue et P_r le point de contact entre le pneu et la piste (figure 18).

Q4.10 : Donner l'expression de l'inertie I_r de la roue (jante + pneu) en fonction des données.

Le taux de glissement est noté $\kappa = \frac{v_{axe} - v_{pneu}}{v_{axe}}$, avec v_{axe} (resp. v_{pneu}) la vitesse longitudinale de l'axe de la roue (resp. la vitesse circonférentielle du pneu), et l'angle de la roue est noté θ.

Dû à l'effort de trainée F_h, l'axe de la roue se déplace vers l'arrière (flexion de l'axe). On note δ le déplacement correspondant selon $-\vec{x}$; il est supposé petit devant le déplacement de l'avion.

Q4.11 : Montrer qu'en première approximation, on a $\kappa = \frac{v_{LD} - \dot{\delta} - \dot{\theta}.r_{pneu}}{v_{LD}}$.

Q4.12 : Ecrire l'équation du mouvement de rotation de la roue, et en déduire le lien entre $\dot{\kappa}$, $\ddot{\delta}$, μ et les données. En modélisant la flexion de l'axe par une raideur équivalente k_f, indiquer la forme de l'autre équation portant sur δ qui pilote l'évolution du système. La résolution de ces équations (couplées) n'est pas demandée.

Influence d'une mise en rotation initiale
On regarde ici l'intérêt de faire tourner la roue initialement, avant l'impact d'atterrissage, afin d'atténuer les effets de *spin-up*. Pour cela, le modèle précédent est simulé avec différentes valeurs initiales de v_{pneu}. Dans la simulation, le glissement est nul lorsque la vitesse de rotation de la roue vaut 128,9 rad/s.
Les résultats obtenus, en terme d'effort sur la roue et de volume d'usure du pneumatique (à partir du modèle d'usure de Archard) pendant la phase de *spin-up*, sont présentés dans l'annexe E.

Q4.13 : Commenter les résultats et conclure sur l'intérêt d'une mise en rotation initiale. Proposer un dispositif qui permettrait d'assurer cette mise en rotation.

Q4.14 : Proposer deux protocoles permettant d'analyser expérimentalement le phénomène de *spin-up* avec le test de chute libre vu précédemment. Indiquer l'origine possible des écarts qui seraient observés avec la prédiction du modèle.

4.3 Etude de l'effet shimmy

L'effet shimmy est une instabilité de l'atterrisseur (mouvement oscillatoire de fréquence entre 10 Hz et 30 Hz) causée par l'interaction entre le comportement dynamique du pneu au contact du sol et la dynamique structurelle de l'atterrisseur. L'amplitude de la vibration instable peut augmenter et occasionner des vibrations affectant le confort, voire résulter en un endommagement structural et la rupture de l'atterrisseur.
L'effet shimmy est bien connu pour l'atterrisseur auxiliaire directionnel. On étudie ici sa probabilité d'apparition et son influence potentielle sur un atterrisseur principal.

Modélisation
Un modèle simplifié du bogie est utilisé, dans lequel uniquement deux roues sont représentées (figure 19).

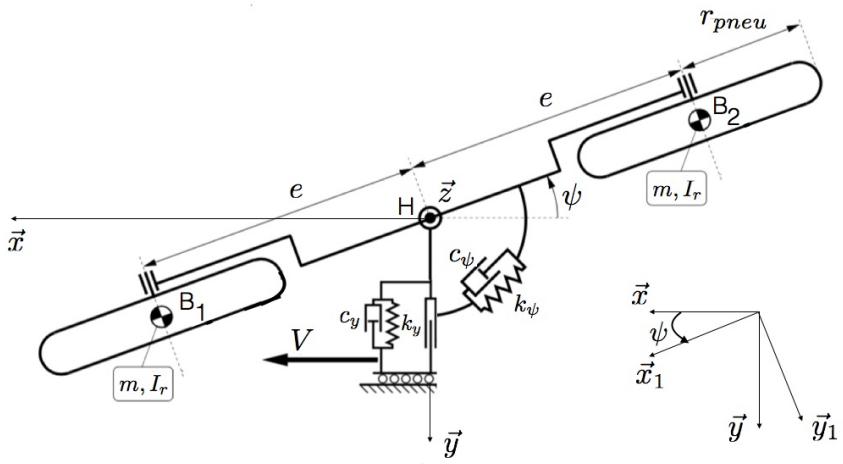


Figure 19 : modélisation du bogie

Le bogie est représenté par un bras 1 en liaison pivot d'axe (H, $\vec{z}$) par rapport à la jambe de l'atterrisseur. L'angle de rotation correspondant (angle de lacet) est noté ψ. Une constante de raideur k_ψ et une constante d'amortissement c_ψ sont introduites pour ce mouvement de lacet, afin de modéliser le comportement du compas.

Les roues et pneus sont montés sur le bras 1 par l'intermédiaire de deux liaisons pivot d'axes (B_1, $\vec{y}_1$) et (B_2, $\vec{y}_1$).

Une constante de raideur k_y et une constante d'amortissement c_y sont aussi introduites pour modéliser la flexibilité latérale de la jambe de l'atterrisseur. Le degré de liberté associé est le déplacement latéral y du bogie par rapport au fuselage de l'avion.

Deux autres degrés de liberté du modèle, en plus de la rotation des roues, sont les angles de déformation ϕ_1 et ϕ_2 des pneumatiques sur les deux roues ; ces angles sont reliés linéairement avec les efforts et moments générés au niveau des contacts entre les pneumatiques et le sol.

On suppose que le système évolue en ligne droite à la vitesse d'avance constante V (figure 19). On néglige ici les effets gyroscopiques causés par les roues tournantes.

En notant $\vec{X} = (\dot{y}, \dot{\psi}, y, \psi)^T$ (vecteur lié à l'état du bogie) et $\vec{W} = (\phi_1, \phi_2)^T$ (vecteur lié à l'état des pneumatiques), les équations régissant l'évolution du système global se mettent sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{\vec{X}} \\ \dot{\vec{W}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{X} \\ \vec{W} \end{pmatrix}$$

Q4.15 : En indiquant les théorèmes utilisés, donner l'expression de la matrice $\boldsymbol{A}$ (taille 4x4) en fonction des données. L'expression des autres matrices n'est pas demandée.

Analyse de stabilité

La stabilité de l'effet shimmy peut être analysée dans le domaine fréquentiel en considérant le système précédent {bogie, roue, pneumatiques} comme un système bouclé. Bien que non muni de capteur, il peut en effet être assimilé à un système avec rétroaction, les effets des pneumatiques et du bogie étant couplés :

- les pneumatiques produisent des actions mécaniques qui vont résulter en des mouvements latéraux et de lacet du bogie ;
- pour une vitesse d'avance donnée, ces mouvements vont déformer les pneumatiques et résulter en des actions mécaniques au sein de ceux-ci.

Le système en boucle fermée peut être stable ou instable, en fonction de l'amplitude et de la phase du système en boucle ouverte.

On donne sur la figure 20 le schéma du système bouclé associé à l'effet shimmy. La fonction de transfert du bogie est notée $H_{bogie}(p)$ et celle des pneumatiques est notée $H_{pneus}(p)$.

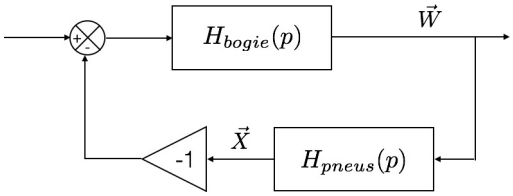


Figure 20 : schéma d'asservissement caractéristique du phénomène de shimmy

Q4.16 : Donner, en fonction des matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$ introduites précédemment, les expressions des fonctions de transfert $H_{bogie}(p)$ et $H_{pneus}(p)$. En déduire l'expression de la FTBO.

On donne sur la figure 21 le tracé de la réponse harmonique de la FTBO dans le diagramme polaire de Nyquist. Dans ce diagramme, la phase et le module sont représentés respectivement par l'angle et la distance du point à l'origine.
Le tracé est effectué pour les valeurs des paramètres correspondant à celles d'un atterrisseur principal du modèle A350-900, et pour différentes vitesses de roulage V.

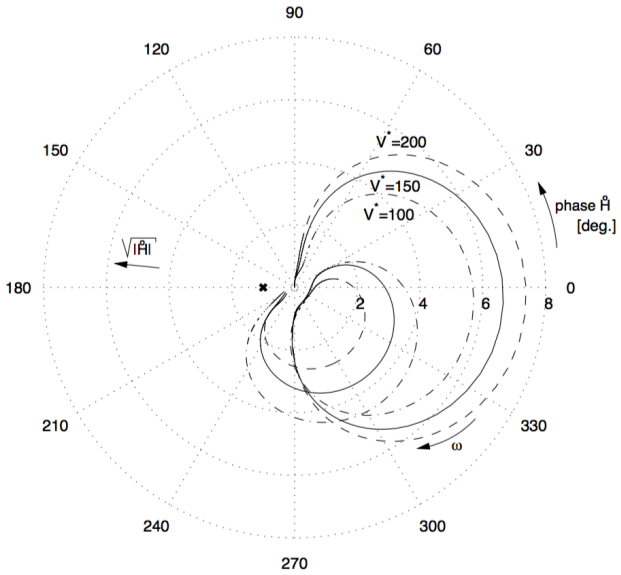


Figure 21 : tracé de la FTBO dans le diagramme de Nyquist

Le critère de stabilité de Nyquist indique que le système est stable en boucle fermée si le point (-1,0) est laissé à la gauche de la courbe du diagramme de Nyquist lorsque celle-ci est parcourue dans la direction des pulsations croissantes.

Q4.17 : Conclure sur la stabilité du système et la criticité du phénomène de shimmy pour le bogie d'un atterrisseur principal.

Partie 5 : Analyse du système de freinage

La fonction de freinage est une des fonctions vitales du train d'atterrissage. Elle permet à l'avion de s'immobiliser après l'atterrissage, de circuler au sol en toute sécurité mais aussi de s'arrêter en cas d'urgence lors d'une interruption de décollage. Seul le train principal comporte des roues freinées (de manière indépendante), le train avant n'en est pas équipé.

L'objectif de cette partie est de valider les performances du système de freinage équipant chaque atterrisseur principal.

Dans toute la suite, on s'intéresse à la phase de freinage à l'atterrissage. Le freinage est alors activé après le régime transitoire de dynamique d'impact au sol. On suppose que la décélération due au freinage est constante (mouvement uniformément décéléré).
On suppose aussi que la charge est répartie équitablement sur les roues des deux bogies du train principal, et que chaque roue participe de la même façon au freinage. Cela permet de se limiter à l'étude sur une roue.

La résistance au roulement des pneumatiques due à leur déformation est négligée. De plus, on ne considère pas les systèmes complémentaires de freinage aérodynamique (trainée de l'avion, aérofreins, inversion de poussée des réacteurs) qui ne sont pas prépondérants pour l'étude.

Cahier des charges partiel

Fonctions	Critères	Niveaux
FP1 : transmettre les charges au sol	Masse M_{LD} à l'atterrissage	205 tonnes
FP2 : permettre au pilote de poser l'avion sans l'endommager	Vitesse d'approche finale v_{LD}	260 km/h
FP3 : freiner l'avion	Décélération nominale à l'atterrissage	3 $m.s^{-2}$
	Performances en boucle ouverte	
	Pulsation ω_c de coupure à 0dB	1 rad/s
	Marge de phase	≥60°
	Réponse à un échelon de consigne de glissement	
	Ecart en régime permanent	nul
	Temps t_m du 1er maximum	≤3,5 s
	Dépassement D	≤18%

5.1 Dimensionnement du système de freinage

Le rayon de roulage effectif r_r (distance entre l'axe de la roue et la surface de la piste) est inférieur au rayon externe du pneu r_{pneu}. Cela est dû à la déflexion verticale δ du pneu sous la charge de l'avion (figure 22), qui peut valoir jusqu'à 50% du rayon r_{pneu}.

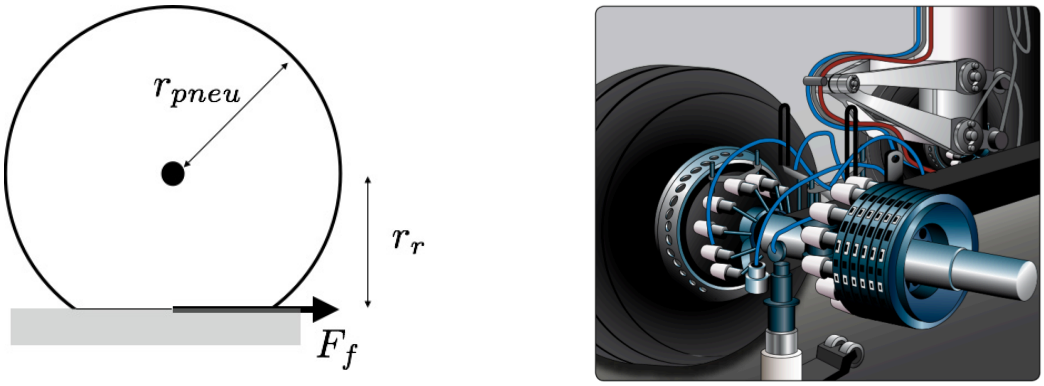


Figure 22 : géométrie de la roue (gauche) et système de freinage (droite)

Pendant la phase de freinage, une grande quantité d'énergie cinétique est dissipée sous forme de chaleur par frottement. Le système de freinage est logé dans la jante de la roue (figure 22). Il est basé sur des freins à disques en carbone pouvant résister aux températures élevées (jusqu'à 3000°C).
Un ensemble de disques tournants (rotor), solidaires de la roue, est plaqué pendant le freinage contre des disques fixes (stator) supposés solidaires de l'essieu (figure 23). Cela provoque un frottement entre plusieurs surfaces qui assure le freinage. Les disques sont empilés les uns sur les autres et ils sont montés alternativement entre le rotor et le stator. L'effort de plaquage est apporté par des pistons générant une pression globale de freinage p_f, supposée uniforme sur les faces des disques en contact.
On note f_d le coefficient de frottement entre les disques, et R_i (resp. R_e) le rayon intérieur (resp. extérieur) des parties actives des disques (figure 23).

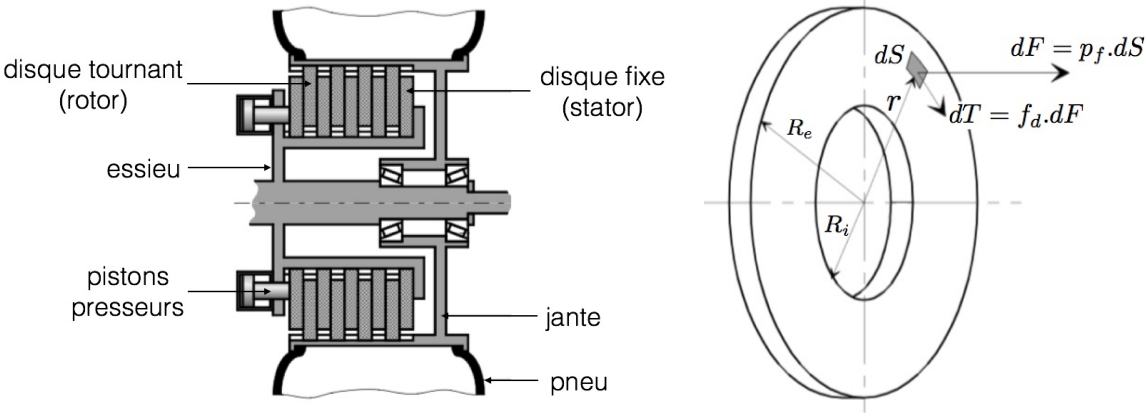


Figure 23 : vue 2D du système de freinage (gauche) et modèle d'un disque (droite)

Q5.1 : Exprimer le couple de freinage C_f sur un disque du rotor en fonction de p_f, f_d et des données géométriques.

Q5.2 : En déduire le lien entre le nombre N_d de disques du rotor, la pression p_f, la décélération γ_f de l'avion au cours du freinage, le coefficient f_d, et les grandeurs géométriques r_r, R_i et R_e.

5.2 Qualification du système sur le banc ADAMSON 400

Le système de freinage est homologué par un essai dynamique sur une machine spécifique. Il s'agit du banc ADAMSON 400 constitué d'un volant d'inertie utilisé pour reproduire l'énergie cinétique à dissiper par le frein (figure 24). Le volant d'inertie est lancé en rotation par un moto-réducteur, puis est mis en roue libre quand la vitesse souhaitée est obtenue. La roue est alors amenée au contact, avec une force d'appui, contre le volant avant que le frein absorbe l'énergie de rotation du volant.
Le volant d'inertie est constitué d'un ensemble variable de disques amovibles de rayon $r_d = 3$ m, de hauteur h_d, et dont le matériau a une masse volumique ρ_d. Le choix du nombre de disques permet de modifier de façon discrète l'inertie du volant.

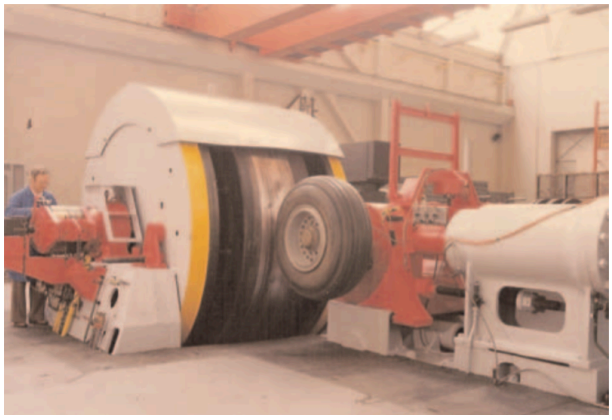


Figure 24 : Machine ADAMSON à inertie variable

Q5.3 : Donner la démarche pour fixer le nombre n_d de disques à utiliser et la vitesse de rotation initiale ω_d du banc, en faisant les hypothèses qui semblent raisonnables. Le calcul de ces grandeurs n'est pas demandé, mais on donnera leur expression en fonction de grandeurs connues.

Le système entraînant le volant est un moteur synchrone régulé en vitesse. Sa modélisation est faite à partir d'un modèle de moteur à courant continu. On introduit les grandeurs suivantes :

ω_{mot} : vitesse de rotation du moteur

C_{mot} : couple électromagnétique, associé à la constante de couple k_c

e : force contre-électromotrice, associée à la constante k_e

u : tension d'alimentation

i : courant absorbé

L : inductance

R : résistance

J_v : moment d'inertie du volant sur l'axe de rotation

Le moteur doit permettre de faire passer le banc d'une vitesse nulle à sa vitesse nominale en 14 s.

Q5.4 : Après avoir rappelé les équations du moteur à courant continu, déterminer l'expression de la constante de temps mécanique qu'il faut considérer en vue de satisfaire la contrainte de rapidité précédente.

5.3 Régulation de freinage avec asservissement en glissement

Le système d'anti-dérapage (*anti-skid*) qui équipe l'avion est un système de commande et de contrôle en régulation du freinage permettant d'optimiser la performance de celui-ci.
Il vise à faire fonctionner le système au maximum du coefficient d'adhérence pneu/sol μ, en contrôlant par un asservissement le taux de glissement $\kappa = \frac{v_{avion} - v_{pneu}}{v_{avion}}$ qui est un paramètre influent de la valeur de μ (voir figure 18 de la partie 4).
Le taux de glissement est basé sur la différence entre la vitesse longitudinale v_{avion} de l'avion et la vitesse circonférentielle du pneu v_{pneu}. La vitesse v_{pneu} est mesurée à l'aide d'une génératrice tachymétrique.

Q5.5 : Proposer un dispositif permettant de mesurer la vitesse v_{avion} à partir des roues de l'avion. Comment adapter ce dispositif pour obtenir un freinage automatique ?

Les vitesses v_{avion} et v_{pneu} sont traduites en tension puis introduites dans un calculateur électronique qui détermine le taux de glissement de la roue. La régulation de freinage consiste alors à asservir la vitesse de la roue freinée, en jouant sur la force de freinage, à son taux de glissement κ_0 donnant l'adhérence maximale du pneu sur la piste (ce taux se situe autour de 15%).
Les ordres électriques en sortie du calculateur sont transformés par des servo-valves en ordres de pression hydraulique délivrés aux freins.

Le schéma de principe de l'asservissement est donné sur la figure 25.

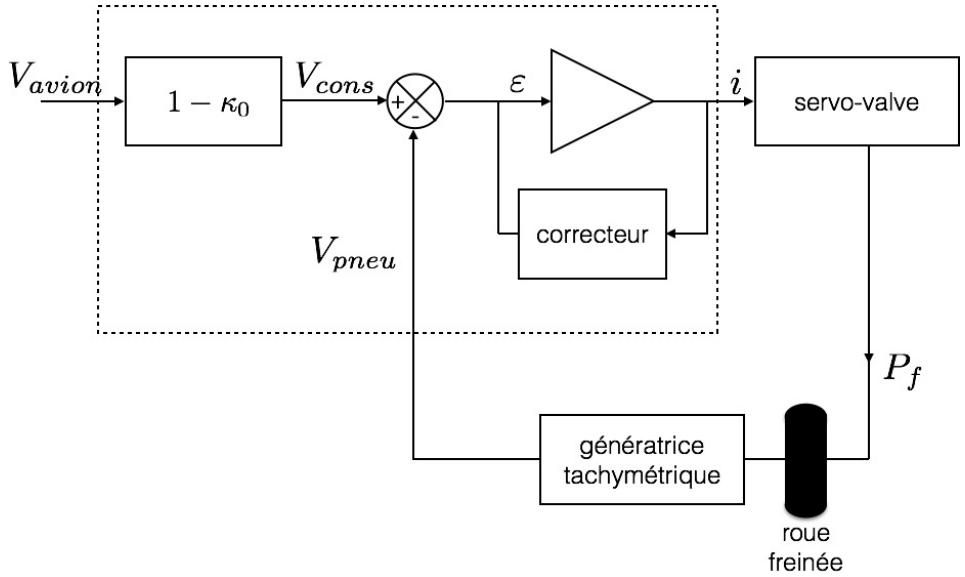


Figure 25 : schéma d'asservissement en glissement

Au cours du freinage, l'évolution du taux de glissement est décrite par une équation différentielle de la forme $\dot{\kappa} = A + B\kappa + C.F_f$. Les coefficients A, B et C dépendent du coefficient $\mu = g(\kappa)$.
A partir d'un régime permanent caractérisé par un taux de glissement constant κ_0 et une force de freinage F_{f0}, on considère des petites variations autour de ce régime.

Après linéarisation autour du point de fonctionnement, on obtient la relation (modèle simplifié) :

$$\kappa_1(t) + \tau\dot{\kappa}_1(t) = Kf_{f1}(t)$$

avec κ_1 et f_{f1} les variations respectives du taux de glissement et de la force de freinage autour de leur valeur en régime permanent.

L'architecture de la boucle de régulation en glissement est représentée sur la figure 26, avec κ_c la consigne de glissement.

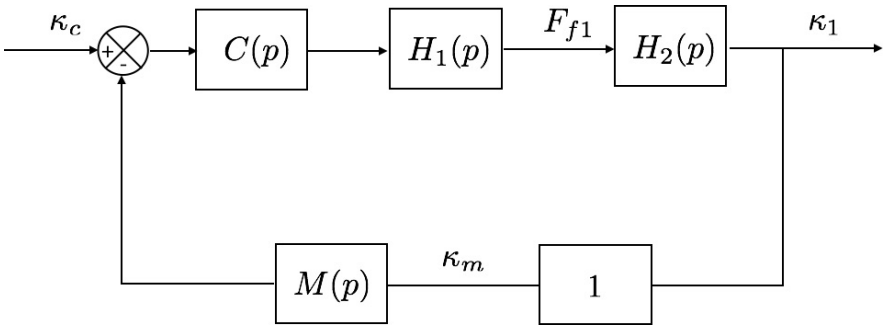


Figure 26 : boucle de régulation en glissement

$H_1(p)$ est la fonction de transfert de l'actionneur de freinage, $H_2(p)$ est la fonction de transfert de la roue au freinage, $C(p)$ est le correcteur de la boucle de régulation, et $M(p)$ est la fonction de transfert de la chaîne de mesure du glissement.
On donne $H_1(p) = \frac{2000}{1+0{,}1p+0{,}01p^2}$, $M(p) = \frac{1}{1+0{,}05p}$, K=0,05 et τ=10 s.

Q5.6 : Préciser l'expression de la fonction de transfert $H_2(p)$ autour du point de fonctionnement.

On prend dans un premier temps $C(p)$=1.

Q5.7 : Tracer, en le justifiant, le diagramme de Bode (tracé asymptotique) de la FTBO sur le document réponse DR3.

On décide d'implémenter un régulateur de type proportionnel-intégral (PI) dont la fonction de transfert est $C(p) = K_r(1 + \frac{1}{T_i p})$.

Q5.8 : Calculer la valeur que doit prendre l'argument de $C(p)$ afin d'assurer la marge de phase imposée par le cahier des charges à la pulsation de coupure souhaitée.

Q5.9 : Calculer la valeur minimale que l'on peut conférer à la constante T_i de l'action intégrale du régulateur. En prenant cette valeur, déterminer le gain K_r du régulateur permettant de satisfaire la pulsation de coupure et la marge de phase souhaitées.

Q5.10 : Déterminer alors la marge de gain et conclure sur les marges de stabilité obtenues.

On vérifie que le correcteur déterminé permet de satisfaire le cahier des charges en analysant les performances de la FTBF vis-à-vis de la consigne de glissement.

Au regard de la réponse fréquentielle en boucle fermée $F(p) = \kappa_1(p)/\kappa_c(p)$, on décide de modéliser la transmittance correspondante par la fonction de transfert :

$$F(p) = K_f \frac{1 + \tau_1 p}{(1 + \tau_2 p)^2 . (1 + 2\frac{\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2})}$$

On suppose que $\omega_0 > \frac{1}{\tau_2}$.

Q5.11 : En examinant les diagrammes de Bode fournis sur le document réponse DR4, compléter ces diagrammes par leurs tracés asymptotiques (une tolérance sera admise pour les brisures, mais il est demandé une très bonne concordance pour les comportements en basse fréquence et haute fréquence).

Q5.12 : A partir des diagrammes précédents, proposer les valeurs numériques pour les différents paramètres associés à cette fonction de transfert.

Q5.13 : En justifiant la réponse, montrer que la fonction de transfert $F(p)$ peut être approchée par $K_f \frac{1+\tau_1 p}{(1+\tau_2 p)^2}$.

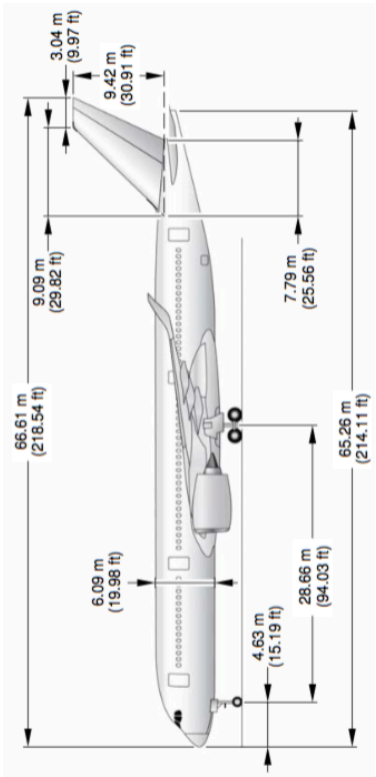
Q5.14 : On calcule ici la réponse temporelle vis-à-vis de la consigne de glissement. En utilisant $L\left(t^n e^{-at} H(t)\right) = \frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$, $H(t)$ étant la fonction échelon unité, montrer que la réponse impulsionnelle du système peut être exprimée par $f(t) = a.y(t) + b.\dot{y}(t)$ où $y(t)$ est une fonction à préciser, et a et b deux constantes à exprimer en fonction de K_f, τ_1 et τ_2.

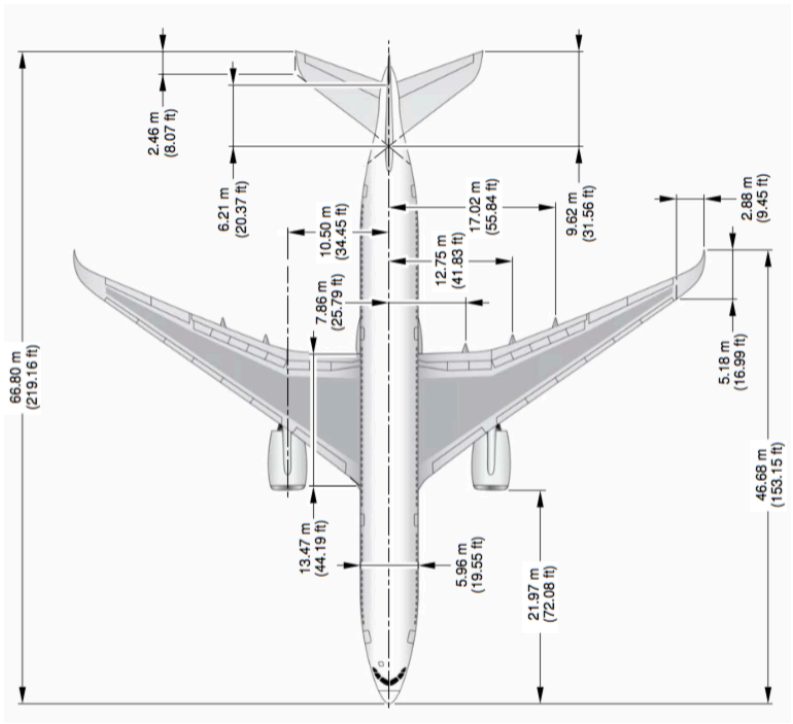
Q5.15 : A partir de cette réponse, calculer le temps du 1er maximum et en déduire le dépassement en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif. Conclure sur le respect du cahier des charges.

*** FIN DE L'EPREUVE ***

Annexe A : caractéristiques du modèle A350-900

Données dimensionnelles

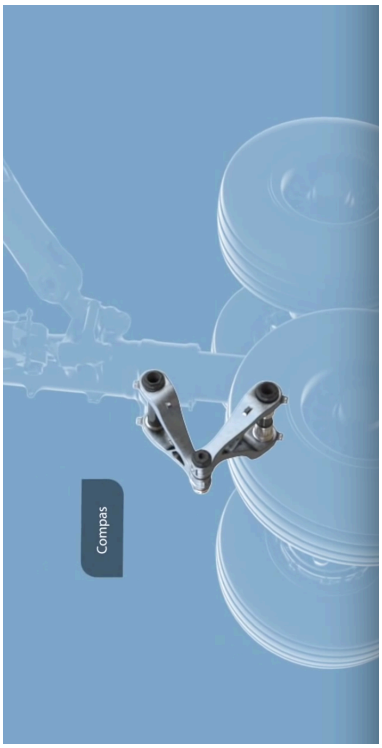


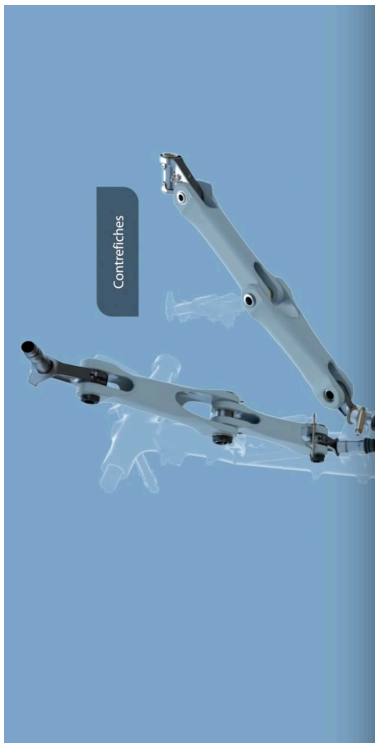


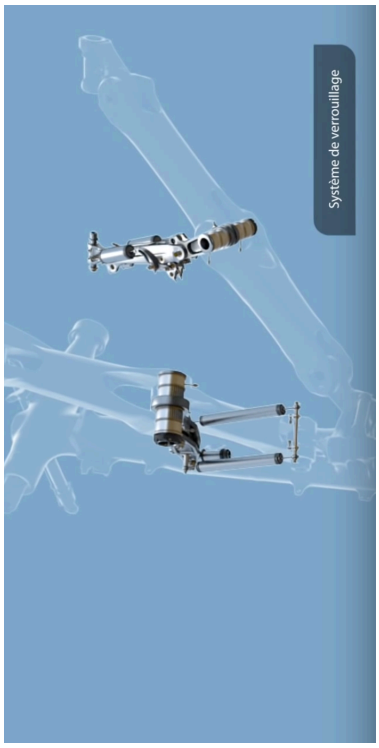
Données techniques

Surface portante : $S_p = 443\ m^2$
Angle de flèche : $\alpha_f = 35°$
Vitesse de vol nominale : Mach 0,85
Vitesse de vol maximale : Mach 0,89
Vitesse au décollage : $v_{TO} = 380$ km/h
Vitesse d'approche finale à l'atterrissage : $v_{LD} = 260$ km/h
Masse à vide : $M_{vide} = 192$ tonnes
Masse au décollage : $M_{TO} = 268$ tonnes
Masse à l'atterrissage : $M_{LD} = 205$ tonnes
Poussée de chaque moteur (Rolls Royce Trent, x2) : $F_{mot} = 380$ kN

Annexe B : composants d’un atterrisseur principal

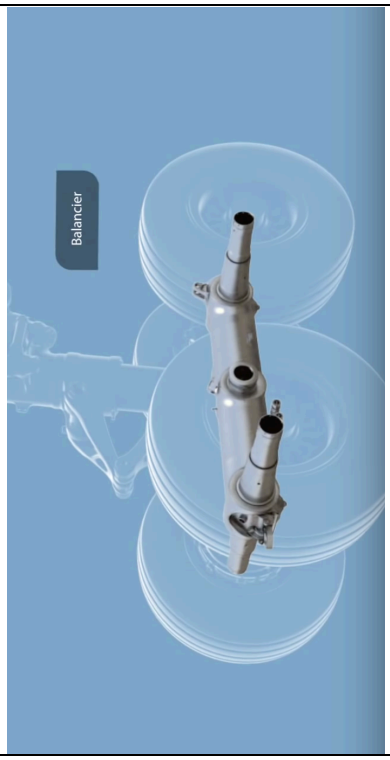






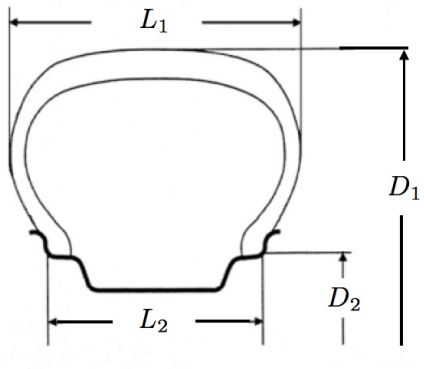






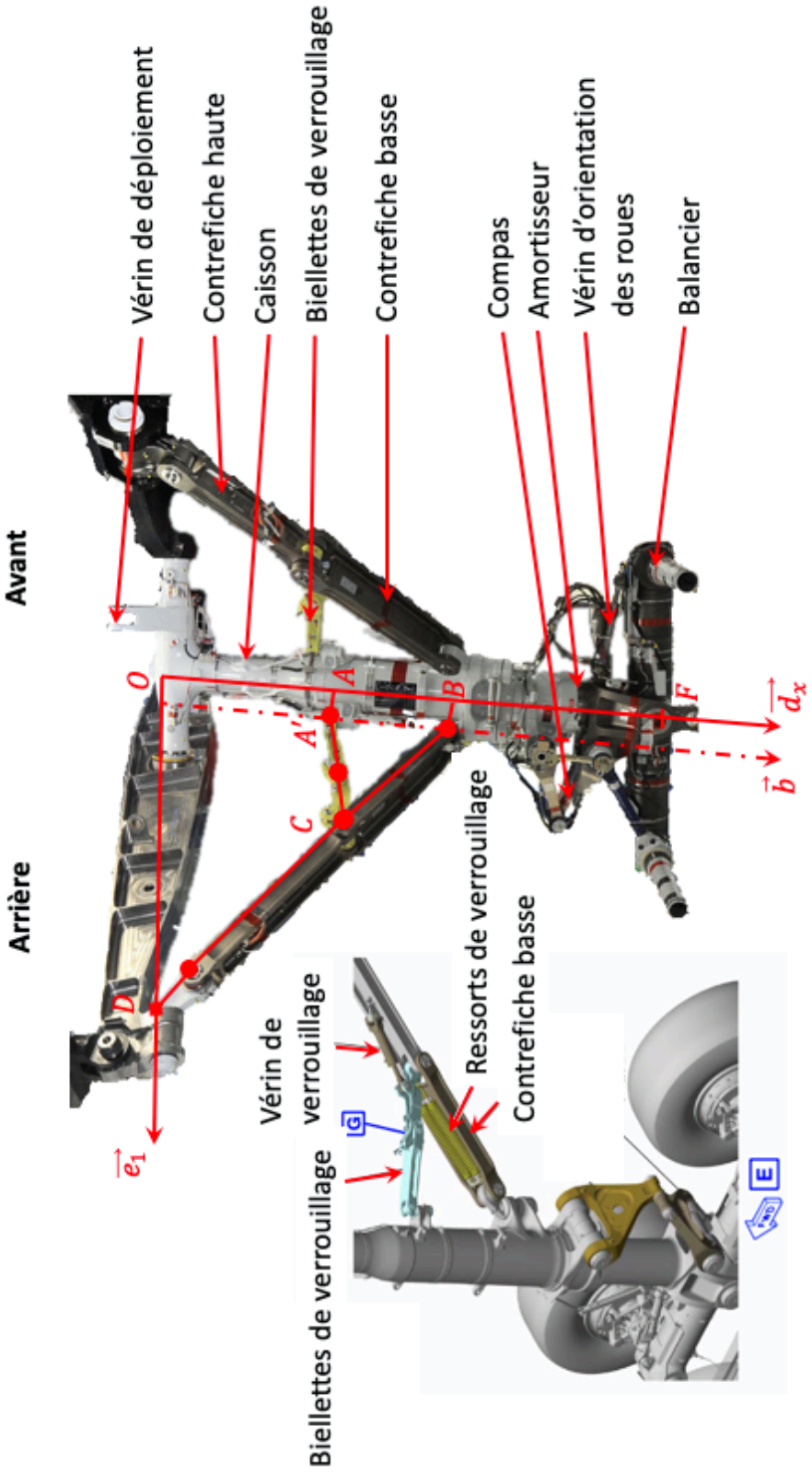
Annexe C : Catalogue de pneumatiques (Source *Goodyear Aviation*)

Type D_1x L_1-D_2
D_1 : diamètre nominal externe du pneu (pouces)
L_1 : largeur nominale du pneu (pouces)
D_2 : diamètre de la jante (pouces)



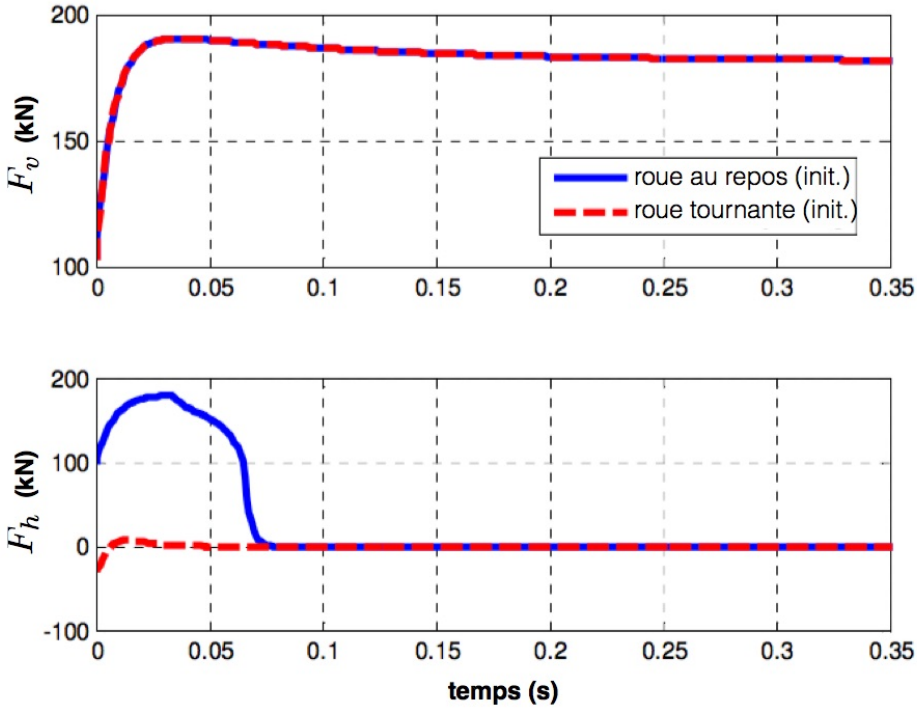
Type	Vitesse maximale (km/h)	Charge statique maximale (kg)	Charge dynamique maximale (kg)	Pression maximale (bar)
36x12.0-18	360	9760	14650	12,2
37x14.0-14	360	11340	17010	11,0
37x14.0-15	380	10930	16400	11,4
38x12.0-19	340	11460	17240	13,2
38x13.0-18	360	11370	17070	11,9
40x14.0-19	360	12290	17820	11,4
40x14.5-19	360	15060	21840	13,8
40x15.5-16	380	17920	25980	13,4
41x15.0-18	360	14240	21360	13,1
41x15.0-19	360	15260	22140	12,9
42x16.0-19	360	17150	25720	13,1
43x16.0-20	360	17510	25810	14,8
43.5x16.0-21	360	18420	27620	14,5
44.5x16.5-18	360	19280	28920	13,4
44.5x16.5-20	360	19410	29120	13,4
44.5x16.5-21	360	20280	29390	14,8
46x16.0-23	385	24400	36600	17,9
46x18.0-20	360	20050	29080	12,4
49x18.0-22	360	23690	35540	15,1
49x19.0-20	380	23540	35290	13,4
49x19.0-22	380	25670	38510	14,1
50x21.0-20	360	22230	33340	11,0
52x20.5-20	360	28350	42520	13,8
52x20.5-23	380	28890	43320	13,4
54x21.0-23	380	31070	46610	15,4
54x21.0-24	380	32750	47490	14,6

Annexe D : cinématique d'un atterrisseur principal

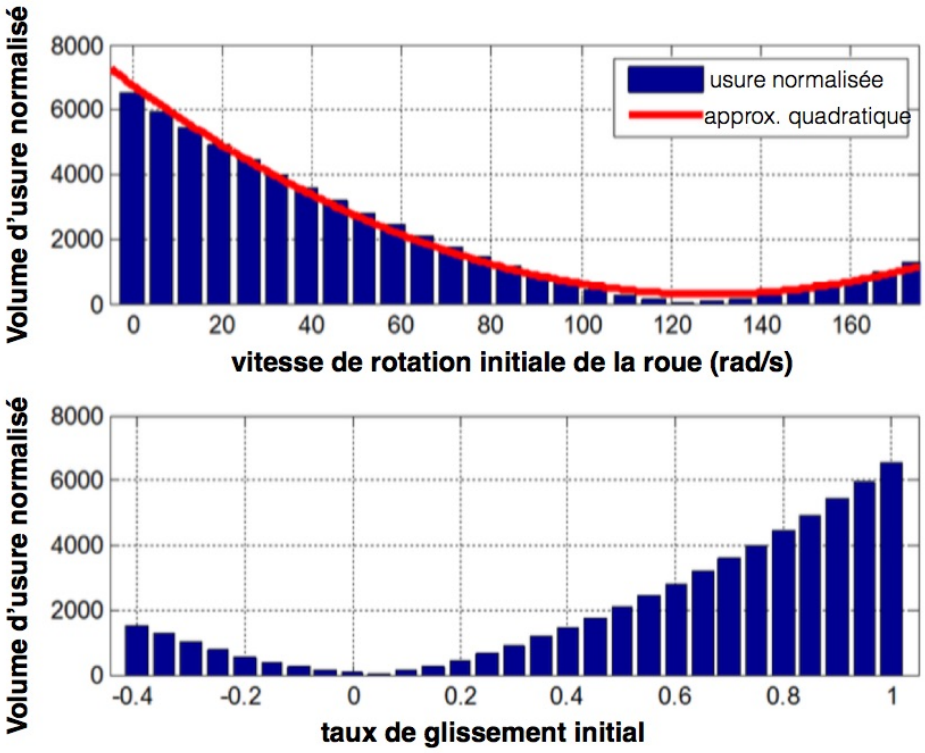


Annexe E : résultats de simulation

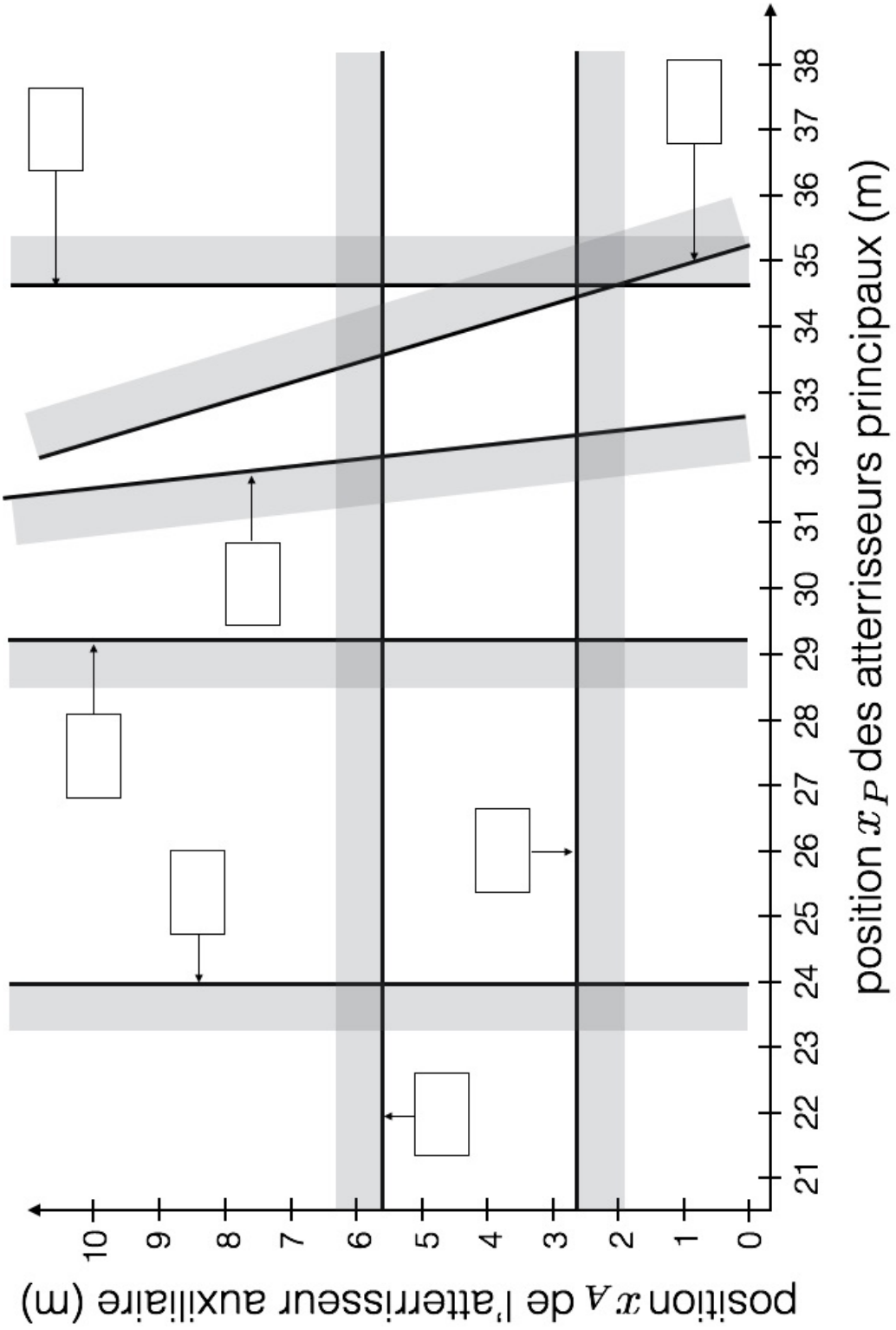
Forces de réaction verticale et horizontale au contact pneu/sol après impact



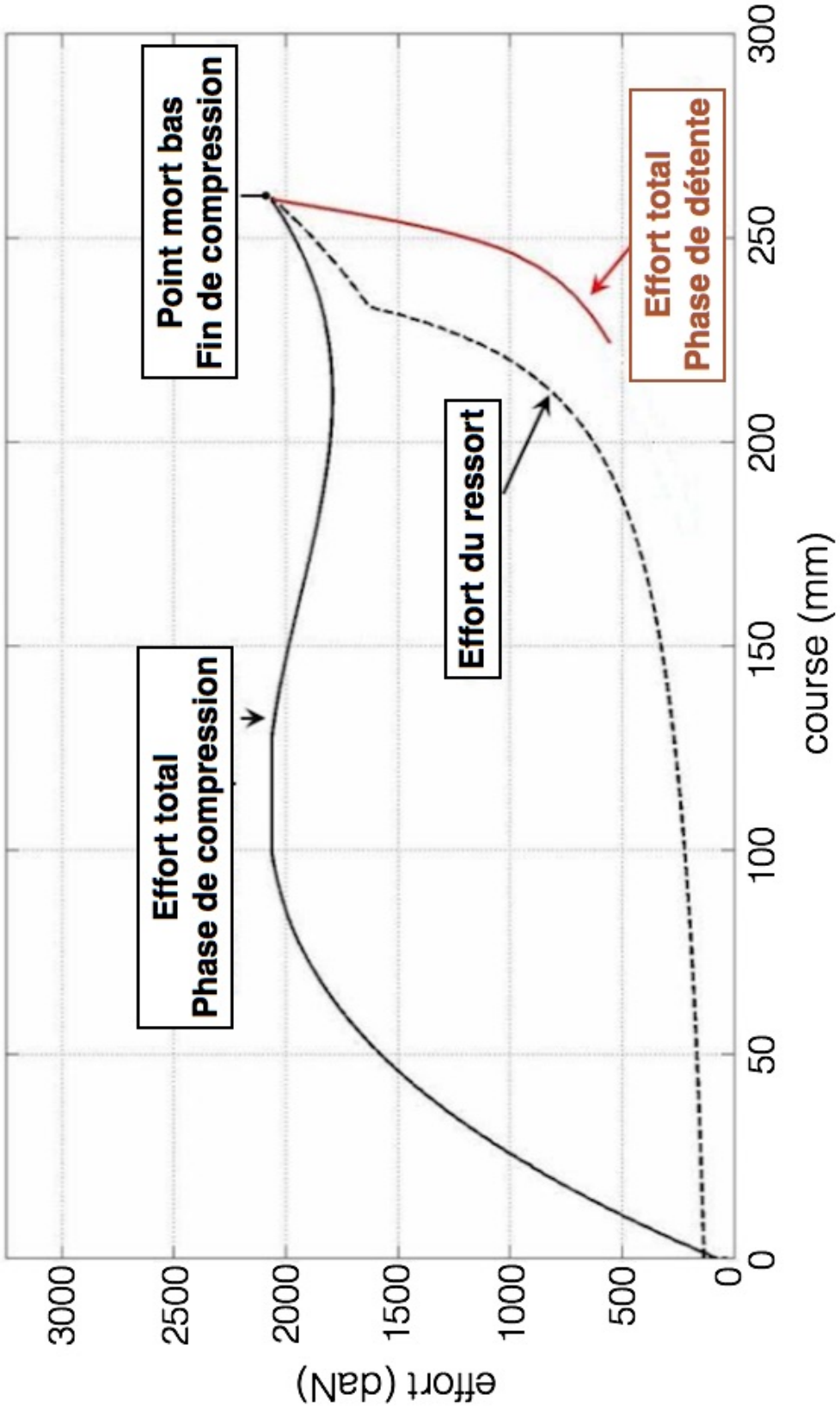
Volume d'usure normalisé avec différentes vitesses de roue à l'impact



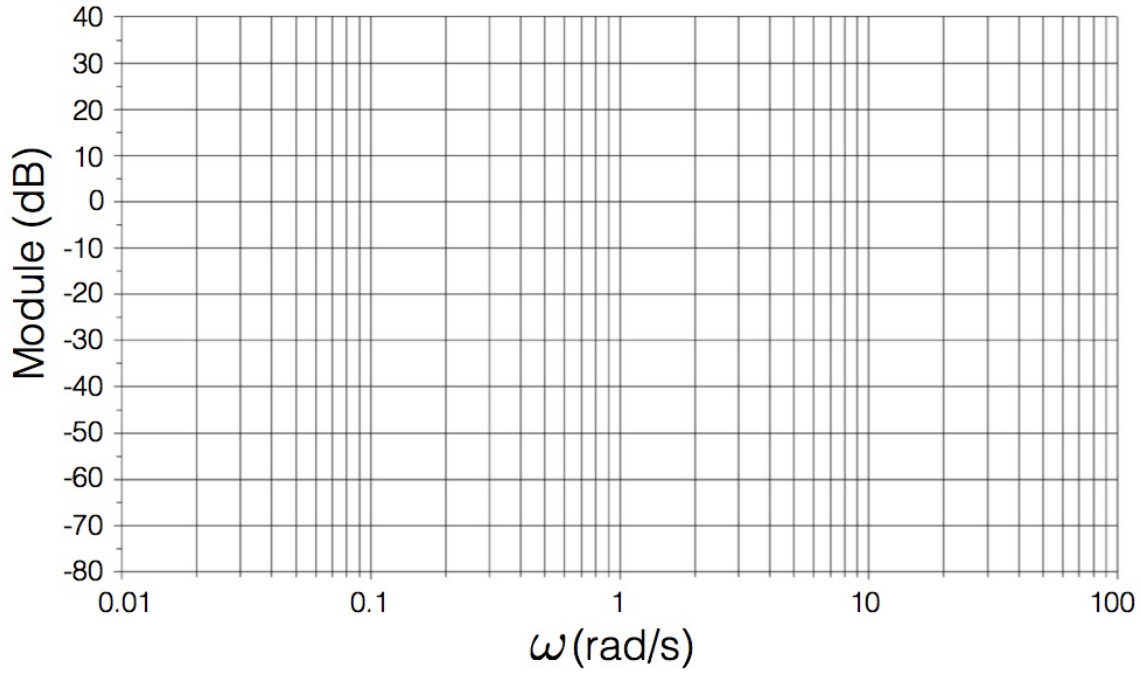
Document Réponse DR1
Positionnement longitudinal des atterrisseurs

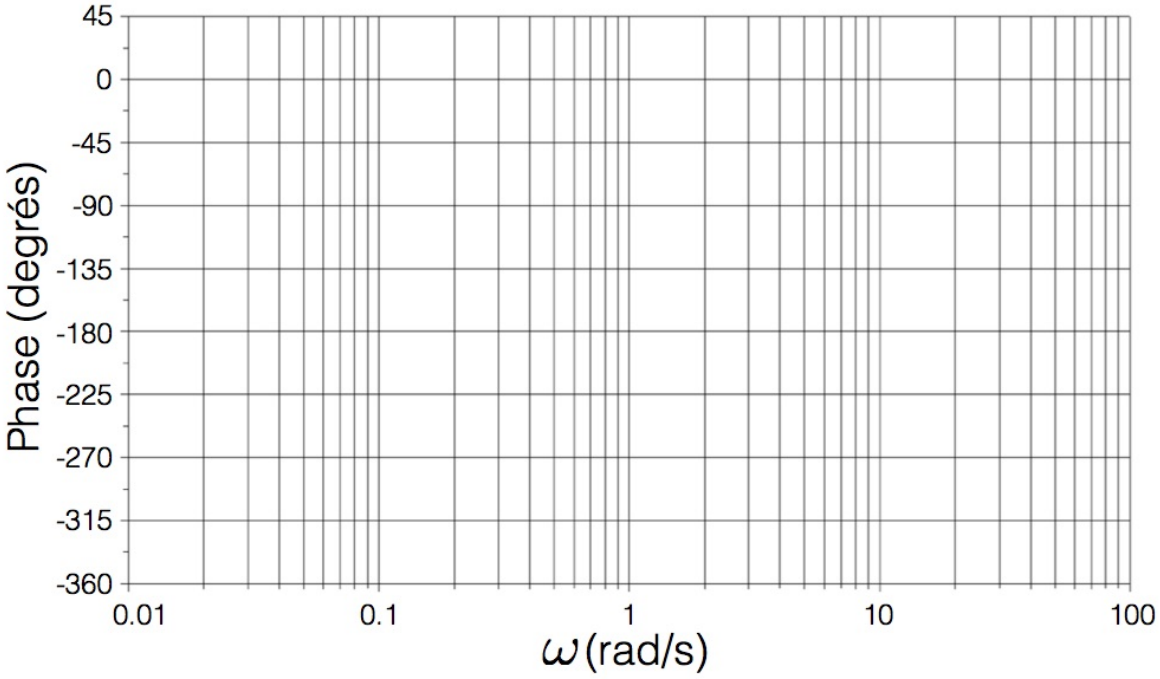


Document Réponse DR2
Courbe de réponse de l'absorbeur de choc

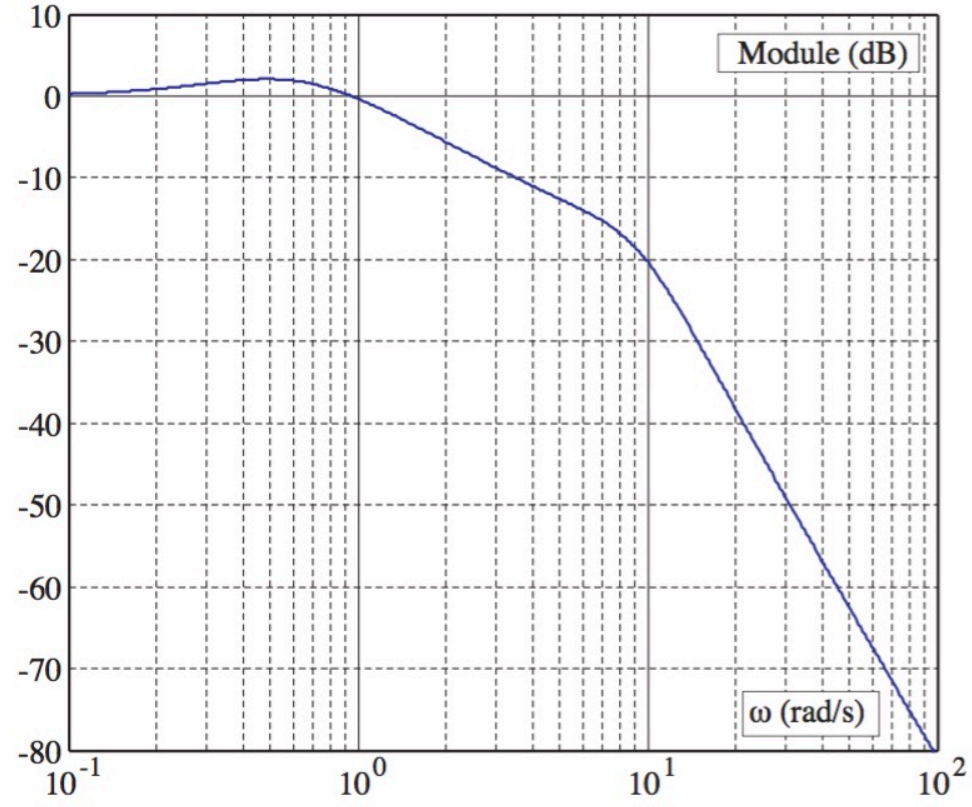


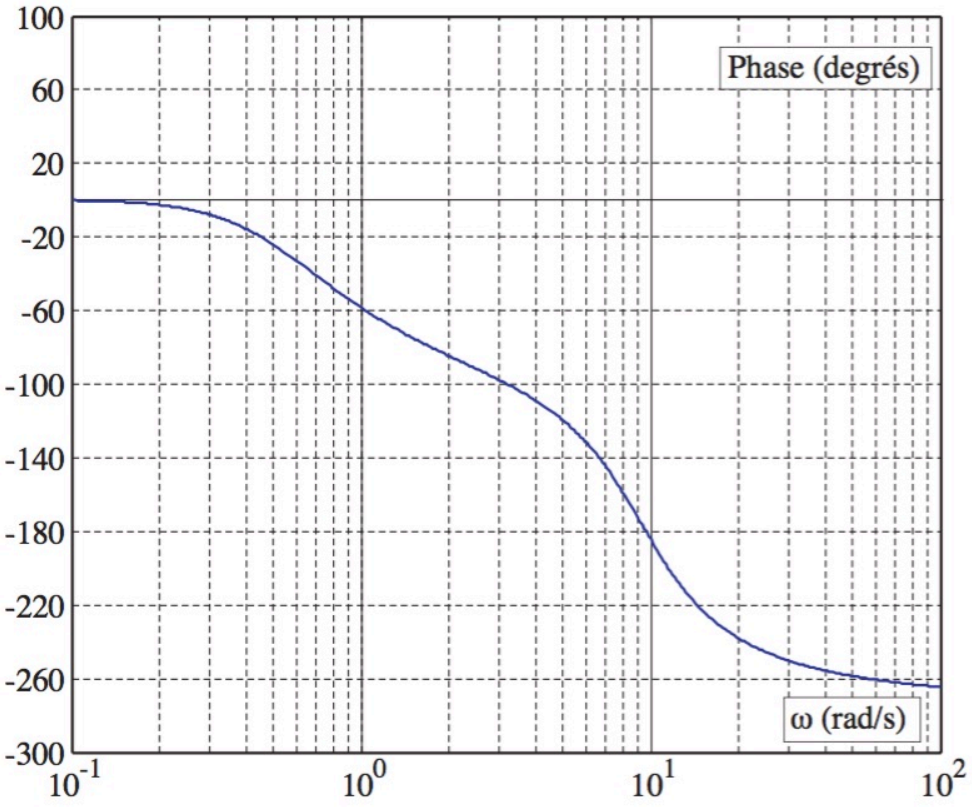
Document Réponse DR3
Diagramme de Bode de la FTBO non corrigée





Document Réponse DR4
Diagramme de Bode de la FTBO corrigée





Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi