Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

# Session 2022, filière PSI

## Sciences de l'ingénieur

### Ce que traite le sujet

- Présentation : les stabilisateurs de roulis
- I : étude de l'installation du gyrostabilisateur dans un bateau
- II : étude de la rotation propre du volant d'inertie
- III : étude des pertes énergétiques lors du fonctionnement du système
- IV : étude de la maîtrise de l'angle de précession
- V : évaluation de l'effet gyroscopique du gyrostabilisateur

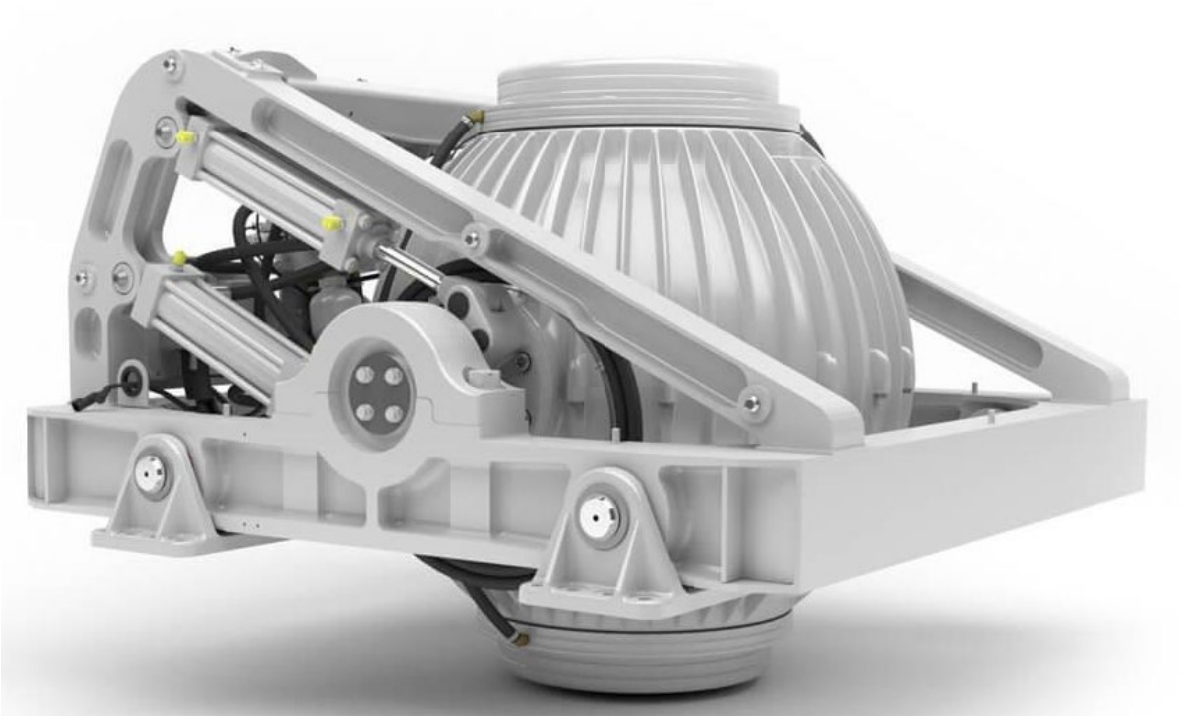
**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Les documents réponse, à compléter sur la copie, ne figurent pas dans cette version du sujet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2022/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

# Etude d’un gyrostabilisateur « Seakeeper 35 » pour bateau

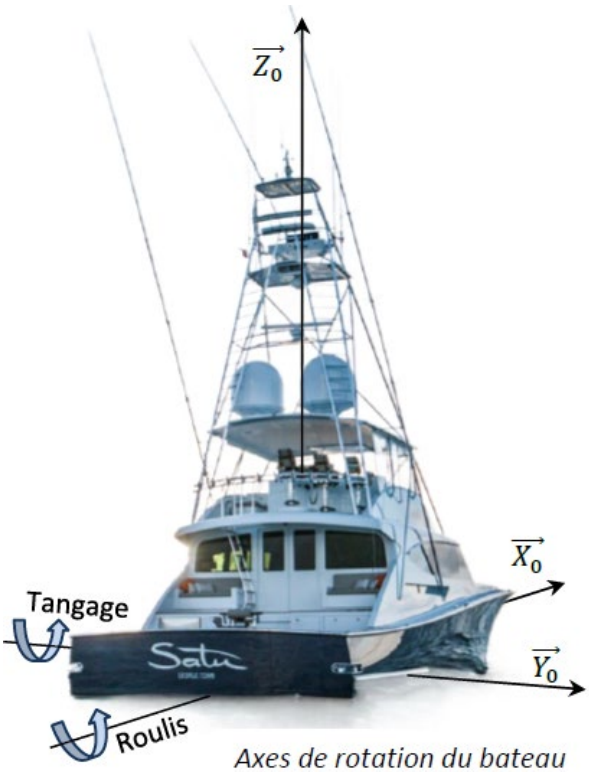


## OBJECTIF DES GYROSTABILISATEURS SEAKEEPER

Seakeeper est un manufacturier de systèmes de stabilisation dits « antiroulis », basés sur le concept de gyroscope contrôlé, qui élimine jusqu’à 95% du roulis d’un navire (rotation autour de $\overrightarrow{x_0}$ ).

Le tangage du bateau (rotation autour de$\overrightarrow{x_0}$ ) n’est lui pas modifié par le gyrostabilisateur.

Ce type de gyrostabilisateur est utilisé pour le confort des passagers de yachts de luxe, ou pour la stabilisation de drones marins destinés au déminage, ou encore pour la pratique de la pêche sur des embarcations dédiées. Selon le modèle, le système de stabilisation peut équiper des bateaux de pêche ou de plaisance de petites dimensions jusqu’à des navires de plus de 100 pieds (30 m). Il est aussi possible d’installer plusieurs systèmes dans un même navire si ses dimensions et sa masse le nécessitent. L’étude se focalise sur l’implantation d’un stabilisateur sur un modèle de bateau de grande taille : le « Satu 90 ».



*Axes de rotation du bateau*

## LE YACHT « SATU 90 »

Comme beaucoup de yachts de pêche luxueux (sport fish boat), le « Satu 90 » a une partie émergée de grande hauteur ce qui augmente sensiblement les volumes habitables du bateau mais rend le navire sensible aux mouvements de roulis. Cette sensibilité est encore accrue par le fait que ce type de navire possède un tirant d'eau (profondeur dans l'eau) assez faible au regard de sa taille. Les systèmes de stabilisation sont donc particulièrement intéressants dans ce contexte.




*«Satu 90 » équipé d'un gyrostabilisateur « Seakeeper 35 »*

### Données caractéristiques du « Satu 90 »

Le « Satu 90 » mesure environ 27 m de long (90 pieds), 7 m de large avec un tirant d'eau réduit de 1.5 m. Il pèse près de 80 tonnes, est motorisé par deux moteurs de 2400 ch, possède deux générateurs de courant de 58 kW, et revendique une autonomie de 2600 miles (≈4000 km) pour une vitesse de croisière de 30 nœuds. Il peut embarquer six passagers et deux membres d'équipage.

## PRESENTATION DU GYROSTABILISATEUR « SEAKEEPER 35 »

L'entreprise Seakeeper commercialise différents types de gyrostabilisateurs adaptés à la dimension et l'usage des bateaux. Les plus petits de ces gyrostabilisateurs pèsent quelques centaines de kilogrammes, occupent un volume de 70 cm x 70 cm x 50 cm et coûtent quelques dizaines de milliers d'euros. L'un des plus gros modèles, le « Seakeeper 35 », pèse près de 1.8 tonnes, mesure 1.4 m x 1.4 m x 1 m et coûte plus de deux cents mille euros.

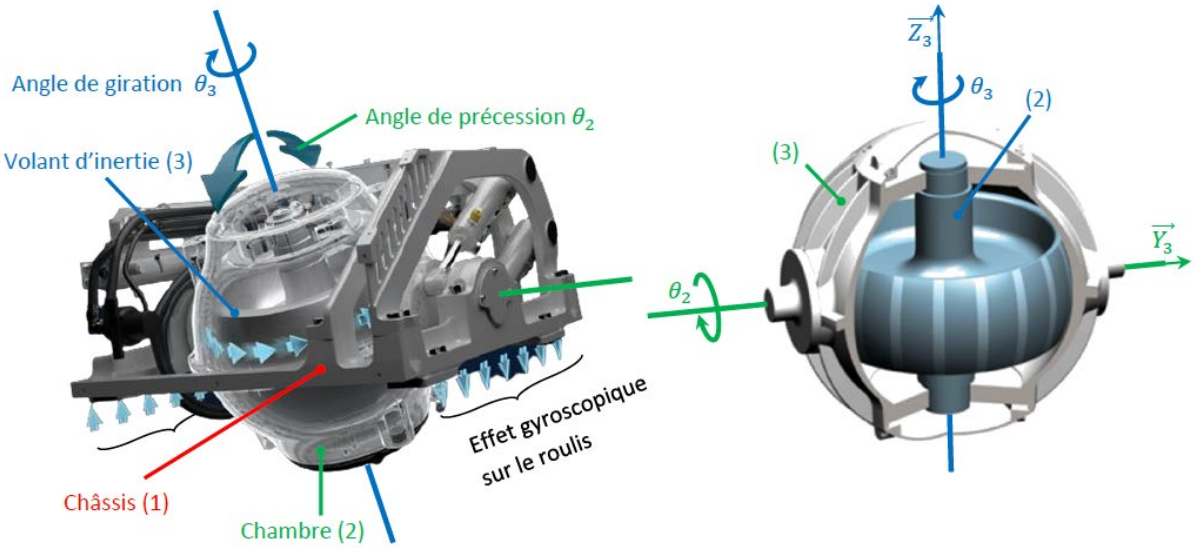



*Le modèle « Seakeeper 35 »*

Le « Seakeeper 35 » est dédié à des navires jusqu'à 30 m de long. Son volant d'inertie (3) est motorisé par un moteur brushless de 5 kW et le refroidissement de l'ensemble est assuré par une pompe à eau de mer via un échangeur interne. La gestion du roulis du navire est gérée par une commande qui asservit la vitesse du volant d'inertie ainsi que l'angle de précession.

Afin de maîtriser les actions qui contrent le roulis, 4 vérins hydrauliques peuvent freiner le mouvement de l'angle de précession de la chambre.

Ce gyrostabilisateur possède un volant d'inertie (3) en acier qui tourne à grande vitesse dans une chambre (2). Les effets gyroscopiques engendrent un mouvement de précession de la chambre (2) par rapport au châssis (1) du système. Ce mouvement de la chambre et la rotation propre du volant d'inertie génèrent des effets gyroscopiques qui s'opposent aux mouvements de roulis du navire.




Numérotation et mouvements des pièces du «  Seakeeper 35 »

## Les études réalisées

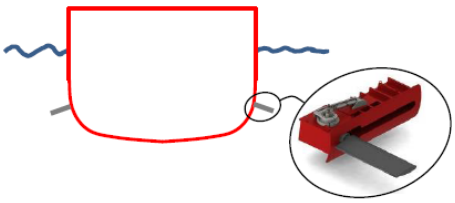
Après une courte introduction s'intéressant à différentes technologies de stabilisation, le sujet aborde dans une première partie le problème de l'installation du « Seakeeper 35 » sur le bateau. Une deuxième partie aborde la conception du volant d'inertie, la problématique de l'énergétique nécessaire à sa mise en rotation et enfin son asservissement en rotation. La troisième partie s'intéresse aux pertes énergétiques dans le système. La quatrième partie traite de la modélisation et de l'asservissement de l'angle de précession. Enfin la cinquième partie permet d'aborder la modélisation des effets dynamiques mis en jeu.

## INTRODUCTION

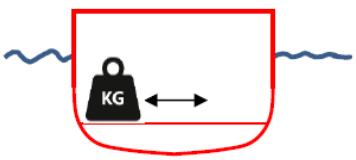
La stabilisation du roulis d'un bateau peut être réalisée par différents systèmes, par exemple : foils pilotés, transfert de masses solides ou système à effet gyroscopique.

### Les foils pilotés

Les foils pilotés sont des appendices hydrodynamiques (ailerons) motorisés qui utilisent la vitesse d'avance du bateau pour exercer des actions mécaniques permettant de le stabiliser. C'est le même principe que les ailerons d'un avion.



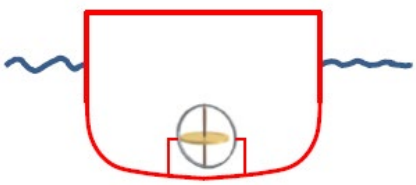
### Le transfert de masses solides




Dans ces systèmes, des masses sont installées au fond de la cale. Elles sont guidées et motorisées transversalement au bateau pour pouvoir être placées à gauche ou à droite et créer ainsi un couple s'opposant à la houle qui génèrerait du roulis. C'est, par exemple, une solution installée sur le porte-avion Charles de Gaulle.

## Les stabilisateurs gyroscopiques

Ces systèmes, similaires à celui étudié par la suite, sont constitués d'un volant d'inertie qui tourne à grande vitesse. Le système est installé au fond de la cale, sur l'axe de symétrie du bateau. Lors des mouvements de roulis, le volant d'inertie est libre de s'orienter vers l'avant ou l'arrière du bateau. Lors de son mouvement d'orientation, les effets dynamiques exercent un couple qui s'oppose aux effets de la houle pour le stabiliser.



**Question 1** Afin de comparer ces trois systèmes de stabilisation, donner pour chaque système deux avantages et deux inconvénients.

**Question 2** Expliquer la raison qui conduit à essayer de stabiliser un navire dans le sens du roulis mais jamais dans le sens du tangage.

# I – ETUDE DE L'INSTALLATION DU GYROSTABILISATEUR DANS UN BATEAU

Les longerons sont des pièces structurelles de la coque qui donnent la rigidité au bateau. Le gyrostabilisateur « Seakeeper 35 » est fixé sur ces longerons par collage.

Tout d'abord les pattes de fixation du « Seakeeper 35 » sont fixées sur une structure temporaire et sont positionnées entre elles comme elles le seront sur le « Seakeeper 35 ». Cela permet de pouvoir les coller aux longerons de la coque du navire sans avoir à manipuler toute la masse (1.8 tonne) du gyrostabilisateur. Quand la colle est sèche, la structure temporaire est démontée et une grue vient descendre le « Seakeeper 35 » dans le bateau. Une fois en place, huit boulons par patte permettent de solidariser le gyrostabilisateur aux pattes de fixation.

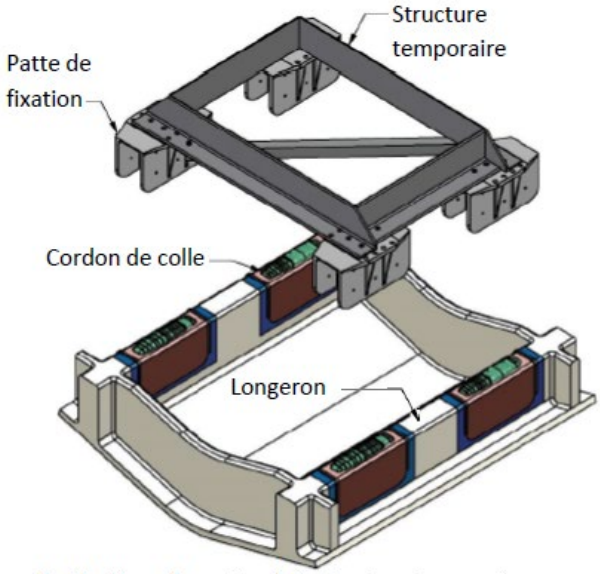
La procédure de fixation est la suivante :

1 - Les pattes de fixation sont fixées à une structure métallique temporaire ;

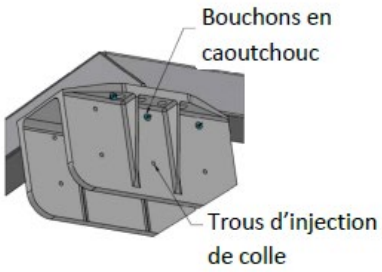
2 - Les pattes de fixation et leur structure temporaire sont collées sur les longerons de la coque avec un cordon et six points d'injection par patte de fixation ;

3 – 24h après, la structure temporaire est démontée ;

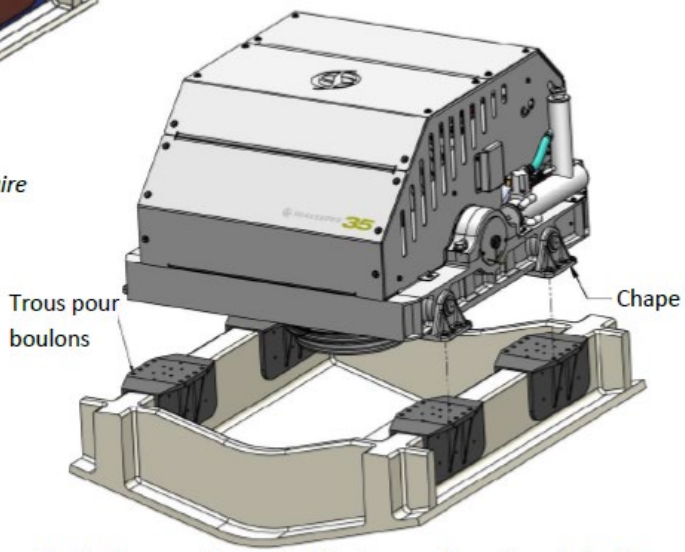
4 - Le gyrostabilisateur est boulonné avec huit boulons par patte de fixation.




*1 - Fixations des pattes à la structure temporaire*

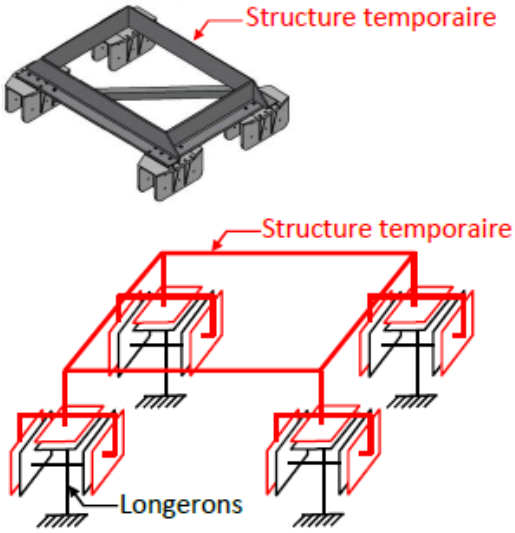



*2 - Trous d'injection pour collage sur longerons*

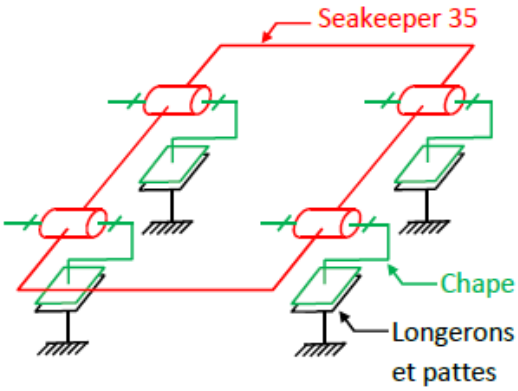



*3 - Boulonnage du gyrostabilisateur sur les pattes de fixation*

Le modèle du collage des pattes sur les longerons et le modèle de la fixation du gyrostabilisateur (sans boulons) sont décrits ci-dessous.



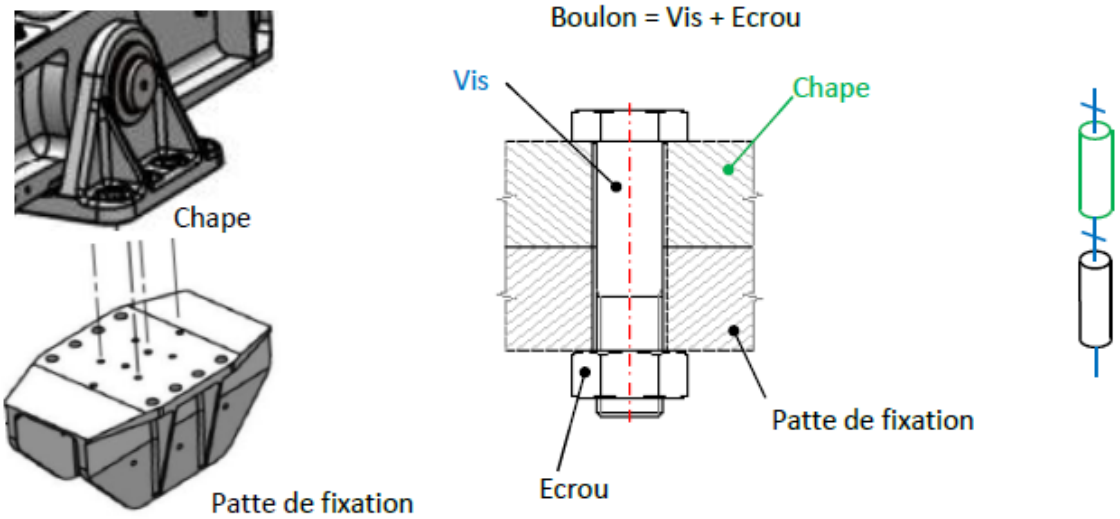

*Modèle de la fixation par collage des pattes sur les longerons*




*Modèle de la fixation du gyrostabilisateur (sans boulons)*

**Question 3** Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la fixation par collage des pattes sur les longerons.

**Question 4** Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la fixation du gyrostabilisateur (sans boulon).




*Boulonnage des chapes sur les pattes de fixation*

Le boulonnage est modélisé par deux liaisons : une liaison pivot entre le boulon et la chape, et une liaison pivot glissant entre le boulon et la patte (l'écrou est négligé).

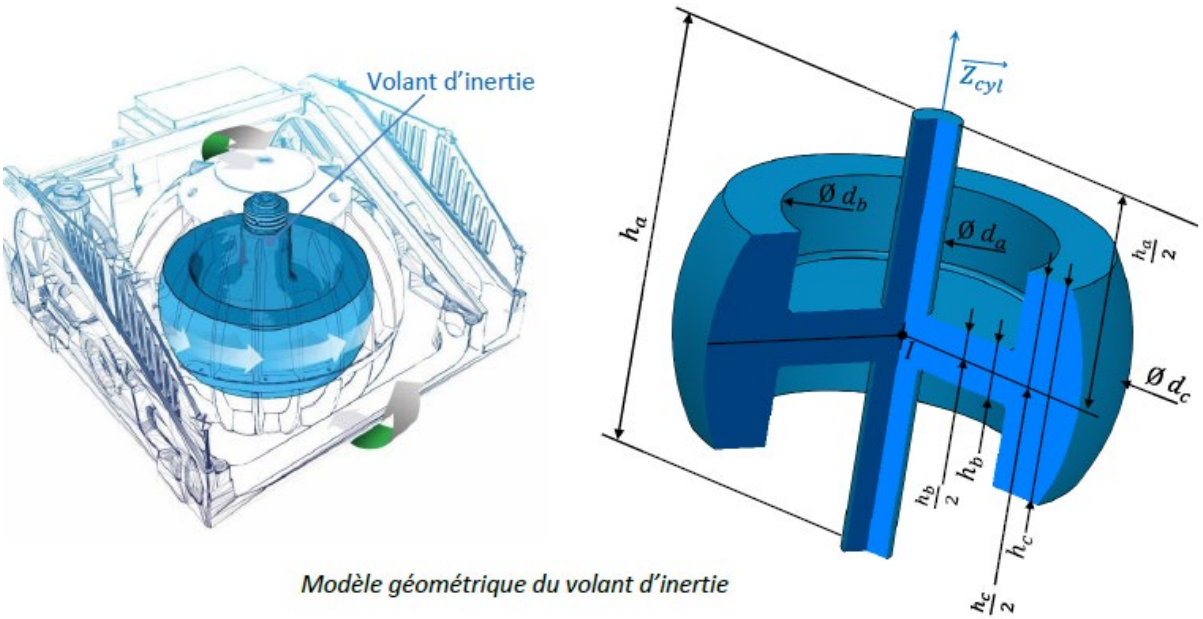
**Question 5** Déterminer le nouveau degré d'hyperstatisme du modèle de fixation du gyrostabilisateur en prenant en compte les 8 boulons pour chaque assemblage chape - patte de fixation (et longerons).

**Question 6** Expliquer, pour chaque modèle des questions 3, 4 et 5, comment techniquement le constructeur parvient à s'affranchir des conséquences néfastes des degrés d'hyperstatisme.

# II – ETUDE DE LA ROTATION PROPRE DU VOLANT D'INERTIE

La pièce principale du système de stabilisation Seakeeper est un volant d'inertie en acier, motorisé par un moteur électrique brushless. La masse, l'inertie propre et la vitesse de rotation du volant d'inertie sont des paramètres clés du système.

En fonctionnement nominal, pour que le système assure une stabilisation satisfaisante du bateau, le moteur entraine le volant d'inertie à une vitesse de 5000 tr/min.




*Modèle géométrique du volant d'inertie*

Pour cette partie le volant d'inertie en acier, de densité $\rho$, est modélisé par un arbre cylindre de révolution de diamètre $d_a$ et de hauteur $ha$, un disque de diamètre $d_b$ et d'épaisseur $h_b$ percé d'un trou de diamètre $d_a$, et une couronne considérée cylindrique de diamètre externe $d_c$, de diamètre interne $d_b$ et de hauteur $h_c$.

Les masses de l'arbre, du disque et de la couronne sont respectivement $m_a$, $m_b$ et $m_c$.

## Evaluation des caractéristiques inertielles du volant d'inertie

Donnée : la matrice d'inertie d'un cylindre générique de masse $m$, de rayon $R$, de hauteur $h$ et d'axe $\overrightarrow{z_{cyl}}$ en son centre d'inertie $G_{Cyl}$ dans la base $B_{Cyl}$: $\bar{\bar{M}}(Cyl, G_{Cyl}, B_{Cyl}) = {}_{G_{Cyl}}\begin{pmatrix} A_{Cyl} & 0 & 0 \\ 0 & A_{Cyl} & 0 \\ 0 & 0 & C_{Cyl} \end{pmatrix}_{B_{Cyl}}$

Avec $A_{Cyl} = m.\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)$ et $C_{Cyl} = m.\frac{R^2}{2}$

**Question 7** expliquer la démarche puis déterminer de manière littérale le moment d'inertie autour de l'axe $(I, \overrightarrow{z_3})$ du volant d'inertie, en fonction des masses $m_a$, $m_b$ et $m_c$ et des caractéristiques géométriques.

## B – Mise en rotation du volant d'inertie

### 1 - Evaluation de l'énergie nécessaire au lancement du rotor

Pour la suite, la matrice d'inertie du volant d'inertie est notée :

$$\overline{\overline{M}}(3,I,R_3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{I,R_3}$$

Numériquement $A_3 = 46\ kg.m^2$ et $C_3 = 80\ kg.m^2$.

L'énergie électrique est une énergie importante sur un bateau. Elle permet d'avoir un confort appréciable à bord du bateau en alimentant l'ensemble des équipements.

Le bateau possède deux gros générateurs de courant (240 V alternatif) qui fonctionnent au carburant diesel et permettent l'utilisation d'équipements électriques comme dans une habitation. Il y a aussi 3 batteries au plomb d'une capacité de 100 Ah chacune, qui servent à l'alimentation en 12 V continu de tous les équipements de sécurité : éclairage de signalisation, démarrage des moteurs, démarrage des générateurs de courant, etc. Enfin lorsque le navire est à quai, le port offre la possibilité de se raccorder au réseau électrique 240 V alternatif terrestre.

Pour le confort des passagers, le volant d'inertie est généralement lancé en rotation au port avant de sortir en mer.

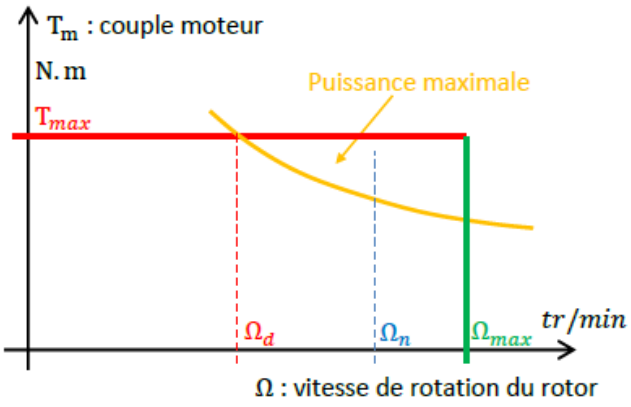
Dans ces conditions, les actions résistantes sur le volant d'inertie sont très faibles (pas de houle).

**Question 8** Calculer l'énergie nécessaire à la mise en rotation du volant d'inertie.

**Question 9** Evaluer s'il est possible de mettre en service le stabilisateur gyroscopique sans être relié au réseau électrique terrestre et sans mettre en fonctionnement les générateurs de courant.

## 2 - Evaluation du temps de mise en route du volant d'inertie

Le volant d'inertie est mis en rotation par un moteur brushless.




Zone à couple limité à $T_{max} = 12\ N.m$ jusqu'à $\Omega_d$ = 3000 tr/min

Zone à vitesse limitée à $\Omega_{max} = 6000\ tr/min$

Zone à puissance limitée à P = 5000 W à partir de $\Omega_d$ = 3000 tr/min

Point de fonctionnement nominal $\Omega_n = 5000\ tr/min$

*Courbe caractéristique du moteur brushless*

Pendant toute la phase de démarrage le couplage électrique et la commande du moteur permettent de réduire très fortement le couple du moteur afin de ne pas avoir un courant consommé trop important pendant une durée relativement longue.

**Question 10** expliquer les conséquences d'une consommation de courant importante pendant une longue durée.

**Question 11** par une étude énergétique et en expliquant les hypothèses réalisées (en particulier sur la courbe caractéristique du moteur), déterminer le temps nécessaire au volant d'inertie pour atteindre sa vitesse nominale. Faire l'application numérique.

## C – Régulation de la vitesse du volant d'inertie

En fonctionnement, la houle et les effets d'inertie créent des actions susceptibles de modifier la vitesse du volant d'inertie. Le contrôle de cette vitesse est fondamental pour maîtriser les actions qui s'opposeront aux mouvements de roulis du bateau.

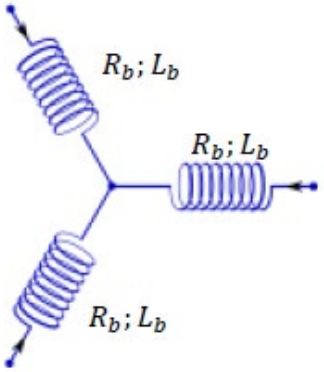
En fonctionnement nominal, la vitesse de rotation du volant d'inertie doit être la plus constante possible.

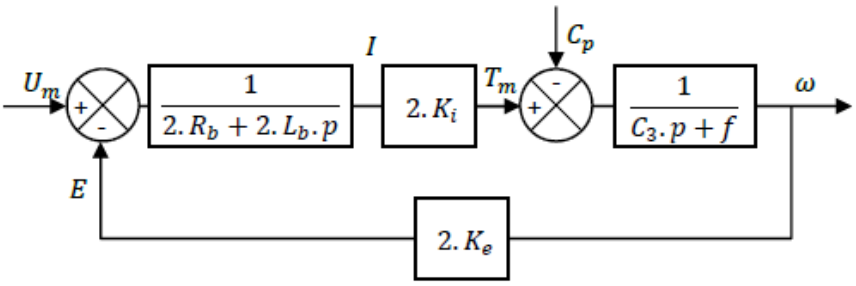
Cahier des charges simplifié :

| | |
|---|---|
| Précision de vitesse du volant | <1% quelles que soient les conditions extérieures |
| Marge de phase | >45° |

Modélisation du moteur brushless

Le moteur brushless utilisé est un moteur synchrone autopiloté monté en étoile. Lorsqu'il tourne, son comportement se rapproche d'un moteur à courant continu si le modèle prend en compte que les résistances internes entre phases sont le double des résistances d'un enroulement. Ces hypothèses conduisent au modèle ci-dessous. Dans ce modèle, $Tm$ est le couple électromagnétique du moteur et $C_p$ est un couple de perturbation. Les constantes participant à ce modèle sont définies ci-dessous.




$R_b = 5\ \Omega \qquad L_b = 50\ mH$

$K_i = 0.5\ N.m.A^{-1}$

$K_e = 0.5\ V.s.rad^{-1}$

$C_3 = 80\ kg.m^2$

$f = 10^{-5}\ N.m.rad^{-1}.s$

On note $\Omega(p) = H_1(p).U(p) + H_2(p).Cp(p)$.

**Question 12** déterminer sous forme canonique les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

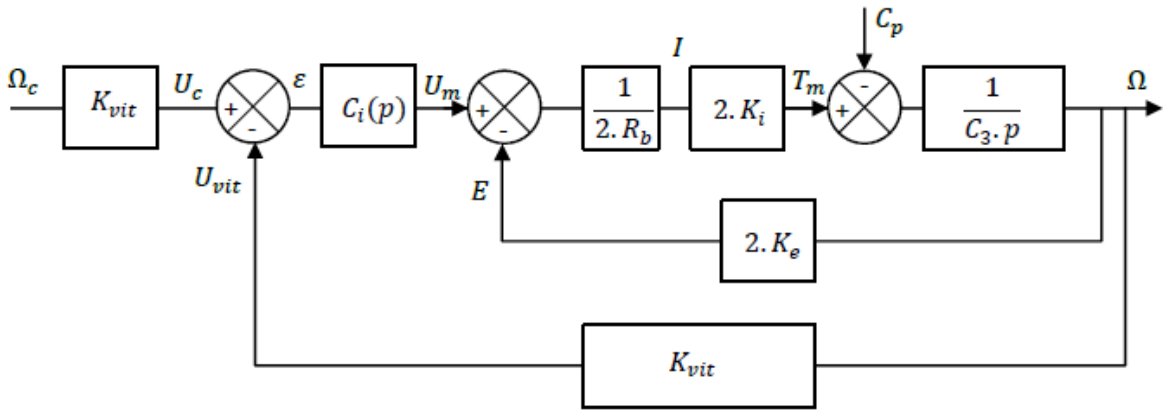
**Question 13** expliquer les conditions qui permettent de négliger $f$. Valider numériquement que cette hypothèse est pertinente.

**Question 14** expliquer les conditions qui permettent d'associer au moteur une fonction de transfert d'ordre 1. Démontrer numériquement la pertinence de cette hypothèse.

Dans la suite du sujet, les valeurs de $f$ et $L_b$ seront considérées comme nulles.

Le constructeur asservit la rotation du volant d'inertie pour assurer le maintien de sa vitesse de rotation quelles que soient les conditions de la mer. Un capteur mesure la vitesse du volant d'inertie. Sa fonction de transfert est une constante notée $K_{vit} = 1$.

Le schéma bloc ci-dessous représente la modélisation du volant d'inertie asservi.




Dans un premier temps le correcteur est $C_1(p) = 1$

**Question 15** déterminer l'écart statique en position et la sensibilité de la vitesse de sortie à la perturbation.

On choisit un nouveau correcteur $C_2(p) = \frac{1}{p}$

**Question 16** en traçant en bleu sur le document réponse (DR1) un diagramme de Bode asymptotique ainsi qu'un diagramme de Bode réel approché, faire apparaitre graphiquement les marges de phase et de gain du système corrigé par le correcteur $C_2(p)$.

Même si ce correcteur n'est pas exempt de défaut, il est intéressant de conserver en partie son effet.

**Question 17** justifier qu'en pratique le constructeur fasse le choix d'un capteur de position du volant d'inertie pour générer la consigne au moteur.

Sans le modèle du schéma bloc, le correcteur proposé par le constructeur est : $C_3(p) = K.\frac{1}{p}.\frac{1+aTp}{1+Tp}$

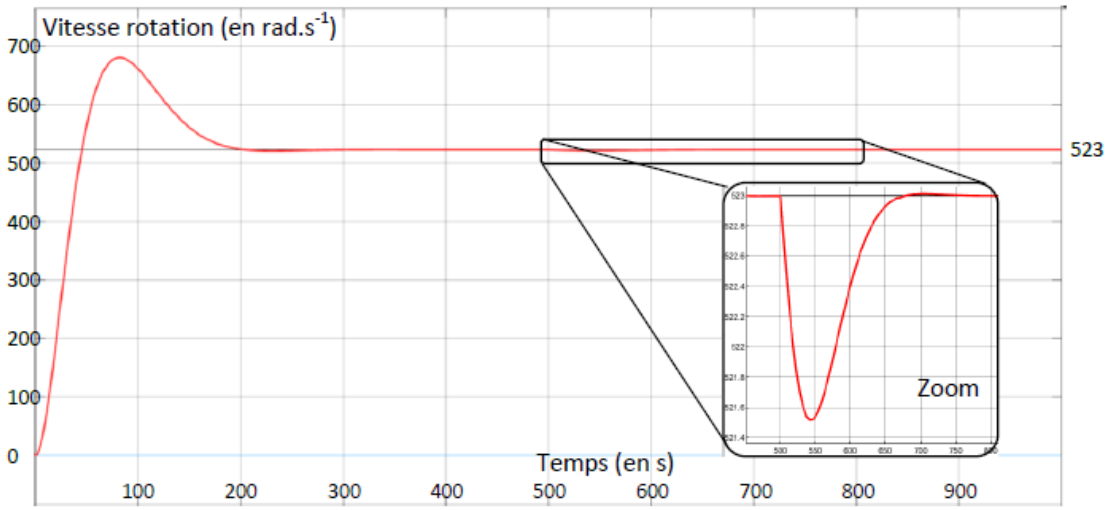
avec $a > 1$.

Rappel numérique : $sin45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$

**Question 18** proposer une démarche de réglage de ce correcteur pour obtenir une marge de phase d'environ 45° sans modifier la bande passante ($\omega_{0dB}$ inchangée). Mettre en oeuvre cette démarche pour déterminer $K$, $a$, et $T$ et tracer sur le document réponse (DR1) :
- en rouge le diagramme de Bode (asymptotique et réel) de la fonction de transfert du système corrigé par $C_3(p)$
- en vert la fonction de transfert uniquement du correcteur $C_3(p)$.

Sur le système à l'arrêt, un échelon de vitesse de 523 rad/s puis un échelon de perturbation de 5 N.m (perturbation d'amplitude maximale prévue) au bout de 500 s ont été simulés sur le modèle corrigé par le correcteur $C_3(p)$ réglé.

La réponse du système est la suivante :



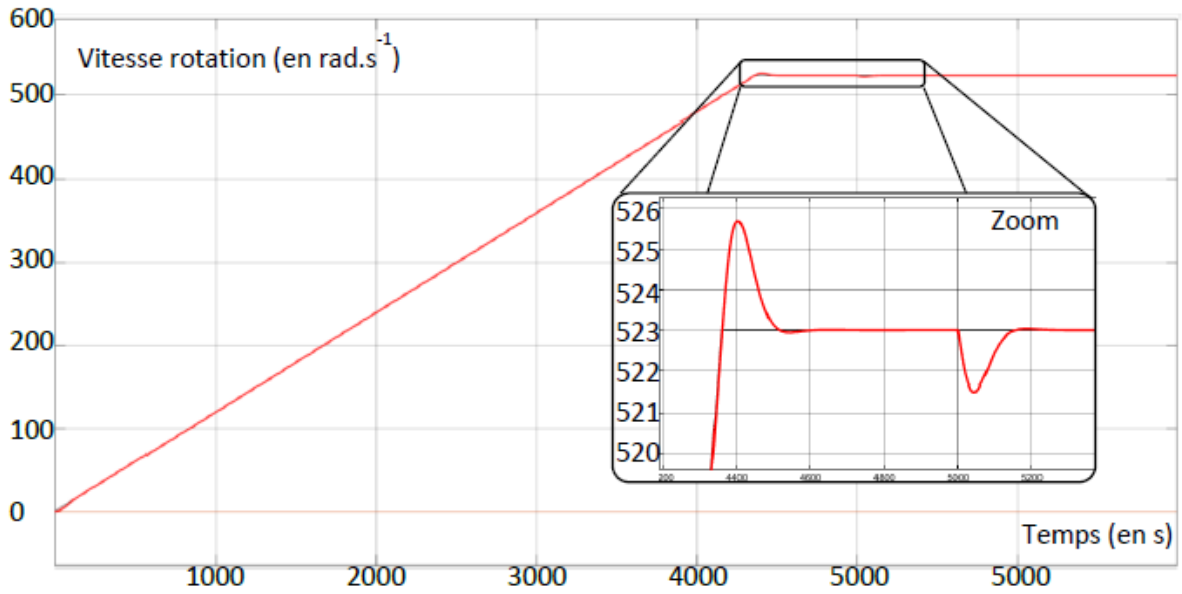

**Question 19** évaluer graphiquement le temps de réponse à 5% de la valeur finale. Vis-à-vis du moteur, par un raisonnement quantitatif, montrer que ce modèle est peu pertinent lors du démarrage du volant d'inertie.

En pratique, lors de la mise en route du système, la commande du moteur n'utilise jamais un échelon de tension mais uniquement des rampes.

Le graphe ci-dessous représente la réponse du modèle à :

- une rampe de 0,12 $rad/s^2$ à $t$=0 pour lancer le volant à 523 $rad/s$ (5000 $tr/min$) ;

- un échelon de perturbation de 5 $N.m$ constant à partir de $t$=5000 $s$.




**Question 20** évaluer la performance du modèle par rapport au cahier des charges.

# III – ETUDE DES PERTES ENERGETIQUES LORS DU FONCTIONNEMENT DU SYSTEME

Quand le système est en fonctionnement, le volant d'inertie tourne en permanence à une vitesse de 5000 tr/min quelles que soient les conditions maritimes. Les pertes énergétiques doivent être réduites pour minimiser la consommation électrique d'une part, et pour diminuer la complexité du système évacuant les calories d'autre part.

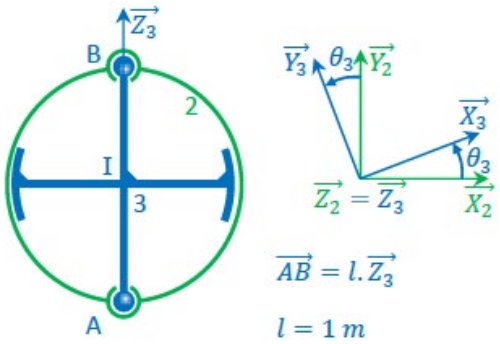
Deux sources de pertes principales sont identifiées : les pertes énergétiques dans le montage de roulements à billes du guidage en rotation du volant d'inertie et les pertes par frottement de l'air sur le volant d'inertie.

## A – Etude des pertes énergétiques dans les roulements à billes

### 1 - Evaluation des pertes par contact des billes sur les bagues des roulements

Le volant d'inertie est guidé en rotation par deux roulements à billes céramiques à contact radial.

La masse du volant d'inertie est $m_3 = 1\ tonne$ (environ). Dans des conditions d'utilisation extrêmes, le couple généré par les effets d'inertie sur le volant d'inertie vaut $C_{dyn} = 100\ kN.m$ suivant l'axe $(I; \overrightarrow{x_2})$.




Les roulements au point A et au point B sont modélisés par des liaisons rotules. Au moment de l'installation du volant d'inertie, un écrou comprime axialement les roulements selon l'axe $(I, \overrightarrow{z_3})$. Cette compression s'appelle la « pré-charge ».

Le rôle de cette pré-charge est d'assurer que le roulement au point B ait un chargement axial minimal tel que $|F_{aB}| = \nu\ .\ |F_{rB}|$ où $F_{rB}$ et $F_{aB}$ représentent les actions radiales et axiales et où $\nu$ est une valeur qui dépend de la géométrie des roulements. Ici $\nu$=1.14.

La pré-charge assure ainsi une durée de vie suffisante aux roulements à billes.

**Question 21** à l'aide du principe fondamental de la statique, déterminer les actions radiales $F_{rA}$ et $F_{rB}$ dans les roulements en A et B pour ces conditions extrêmes. En déduire les actions axiales $F_{aA}$ et $F_{aB}$. Faire les applications numériques.

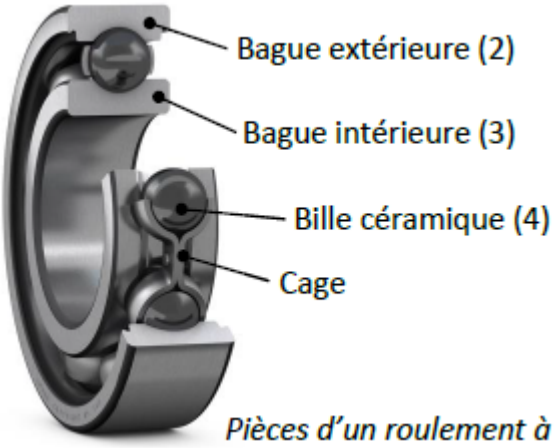
Lorsque le volant tourne mais que le gyrostabilisateur ne stabilise pas le navire, l'angle de précession (défini au début du sujet) est bloqué par les quatre vérins hydrauliques et le couple $C_{dyn}$ est nul.

**Question 22** dans ces nouvelles conditions, calculer numériquement les actions $F_{rA}'$, $F_{rB}'$,$F_{aA}'$ et $F_{aB}'$ dans les roulements.

Un roulement possède 9 billes, une bague intérieure liée au volant d'inertie, une bague extérieure et une cage (non étudiée) dont le rôle est de maintenir les billes à la même distance les unes des autres.

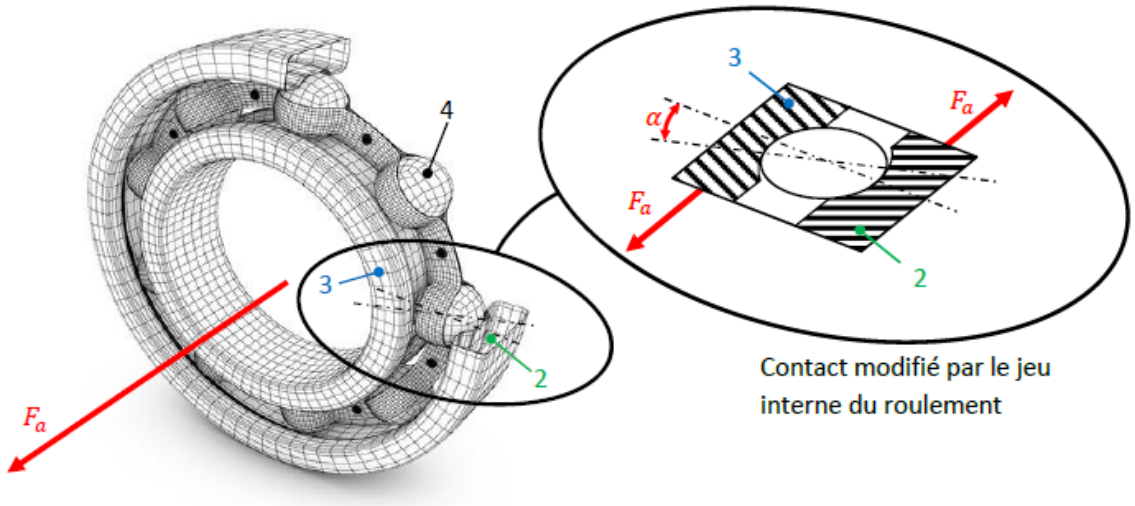
Caractéristiques des roulements à billes céramiques :

- Diamètre intérieur $d_3$=85 $mm$
- Diamètre extérieur $d_2$=153 $mm$
- Diamètre des billes $d_4$=34 $mm$
- Largeur du roulement $B$=50 $mm$
- 9 billes dans un roulement
- Les épaisseurs des bagues sont négligées

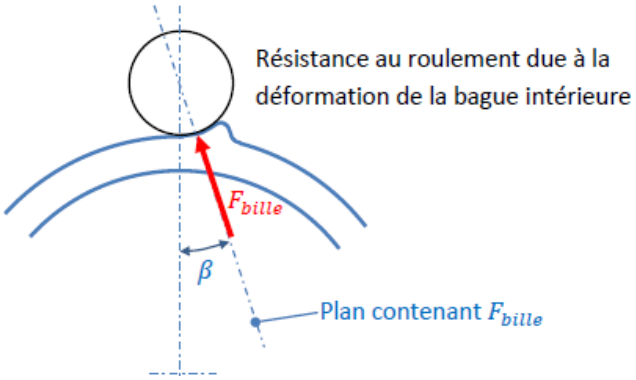



*Pièces d'un roulement à billes*

Un roulement à billes possède des jeux internes entre les billes et les bagues qui modifient la zone de contact entre ces éléments lorsque le roulement subit une charge axiale. Au lieu que chaque bille ait un contact ponctuel radial, ce contact se déplace axialement et peut être modélisé par un contact ponctuel incliné d'un angle $\alpha$ par rapport au contact radial. Ce comportement est observé sur les neuf billes de chaque roulement du volant d'inertie.




**Question 23** dans un roulement subissant une charge $F_a$, déterminer l'action de contact ponctuel $F_{bille}$ entre une seule bille et la bague intérieure du roulement en fonction de $F_a$ et de l'angle $\alpha$.




Par ailleurs, la déformation de la bague intérieure génère un « bourrelet », très largement augmenté sur la figure ci-contre, devant chaque bille. Ce phénomène, appelé résistance au roulement, génère un couple $C_{r\ bille}$ qui s'oppose à la rotation de la bague intérieure.

**Question 24** déterminer le couple résistant $C_{r\ bille}$ au niveau d'un roulement en fonction de $F_{bille}$ et de la géométrie du roulement à billes.

La situation évaluée est celle où le volant d'inertie tourne sans que le système n'ait besoin de stabiliser le bateau.

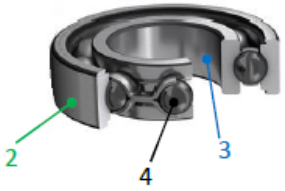
Applications numériques : $\alpha$=10° ; $\beta$=0,0015° ; $F_{aA} = F_{aB} = 120000\ N$.

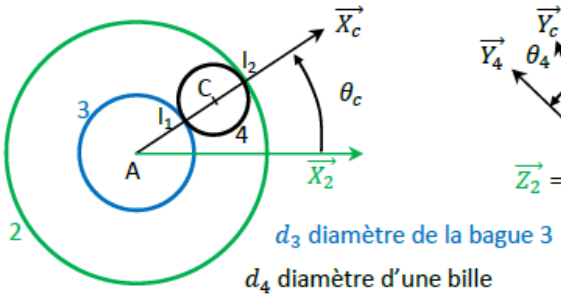
Numériquement les approximations sin$\alpha$=$\alpha$, cos$\alpha$=1, sin$\beta$=$\beta$ et cos$\beta$=1 sont valides.

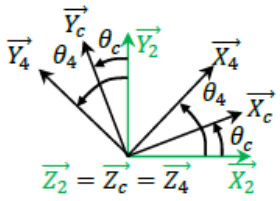
**Question 25** déterminer de manière littérale la puissance perdue par la résistance au roulement dans les deux roulements à billes. Faire l'application numérique.

## 2 - Evaluation des pertes par l'action de l'air sur les billes

La bague intérieure (3) tourne autour de l'axe $(A; \overrightarrow{z_2})$ à une vitesse $\dot{\theta_3}$ par rapport à la bague extérieure (2). Les contacts en $I_1$ et $I_2$ entre une bille et les bagues sont considérés comme ponctuels avec roulement sans glissement.



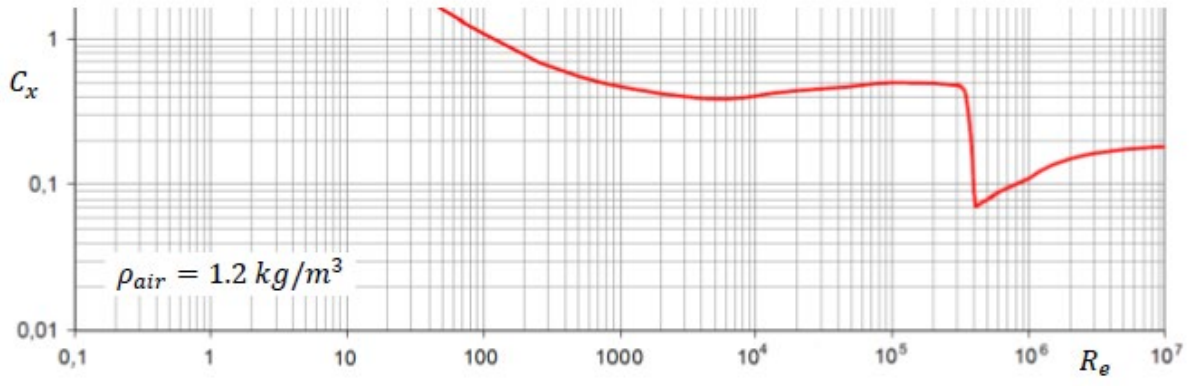

**Question 26** déterminer, en fonction uniquement du diamètre $d3$ de la bague intérieure (3) et de sa vitesse de rotation $\theta 3$, la vitesse du point C appartenant à la pièce 4 par rapport à la pièce (2), notée : $\overrightarrow{V_{C\in 4/2}}$. Calculer numériquement la vitesse $\left\|\overrightarrow{V_{C\in 4/2}}\right\|$.

Le diamètre et la vitesse des billes étant relativement importants, la force de trainée de la bille dans l'air doit être évaluée. Cette force de trainée $F_{trainée}$ est une force qui s'oppose au mouvement des billes.

$F_{trainée} = \frac{1}{2}.\rho.S.Cx.V^2$ avec $\rho$ la masse volumique de l'air, $S$ la surface projetée de la bille, $Cx$ le coefficient de trainée quadratique qui dépend du nombre de Reynolds, et $V$ la vitesse de la bille par rapport au fluide.

Le nombre de Reynolds ($Re$) permet d'évaluer le type d'écoulement de l'air autour de la bille (laminaire, compressible, turbulent,…), et permet de déterminer un $Cx$ correspondant à ce type d'écoulement. Le nombre de Reynolds peut être approché par : $Re$=70000$*V*$ $d_4$.

Le $Cx$ de la bille dans l'air dépend du nombre de Reynolds de la manière suivante :



**Question 27** déterminer littéralement la puissance perdue par une bille dans l'air. En déduire la perte énergétique théorique dans les deux roulements à billes due aux forces de trainée sur les billes. Faire l'application numérique et conclure.

## B – Etude des pertes énergétiques du volant d'inertie

L'espace entre le volant d'inertie et la chambre qui le contient est réduit à une distance $e$=3 $mm$ (voir figure ci-dessous).

**Question 28** si une défaillance technique conduisait à l'apparition d'une excentration du centre de gravité du volant d'inertie d'une valeur $e$ par rapport à son axe de rotation ; déterminer les effets dynamiques de cette excentration. Expliquer alors ce choix de limiter la distance $e$ entre le volant d'inertie et la chambre.

Entre la paroi de la chambre et le volant d'inertie, l'air pourrait être « cisaillé ».

L'objectif est d'évaluer les pertes énergétiques potentielles de ce cisaillement en s'appuyant sur la théorie du cisaillement de l'air dans un écoulement de Couette.

La force due à l'air qui s'applique en un point M de la surface extérieure du rotor est :

$$d\vec{F} = \eta_{air} \frac{dv}{dr} . dS . \overrightarrow{e_\theta}$$

Avec $\eta_{air}$ la viscosité de l'air, $\frac{dv}{dr}$ le gradient, considéré comme constant, de vitesse de l'air entre la paroi fixe de la chambre et la surface extérieure du rotor.

On prend $\eta_{air} = 18.1\ \mu Pa.s$




Pour simplifier le problème, la surface extérieure du volant d'inertie peut être modélisée par un cylindre de révolution de hauteur $H$=40 $cm$ et de diamètre $D$=1 $m$.

**Question 29** déterminer de manière littérale l'expression du couple résistant dû à l'air cisaillé sur le volant d'inertie.

**Question 30** déterminer la puissance perdue par ce phénomène et faire l'application numérique.

**Question 31** expliquer le raisonnement qui conduit à ne pas étudier les pertes au niveau des autres surfaces du volant d'inertie.

## C – Synthèse des pertes énergétiques

En pratique, le constructeur fait le vide d'air dans la chambre qui contient le volant d'inertie. Cela signifie qu'une fois installé, le volant d'inertie est fermé dans une chambre scellée sous vide.

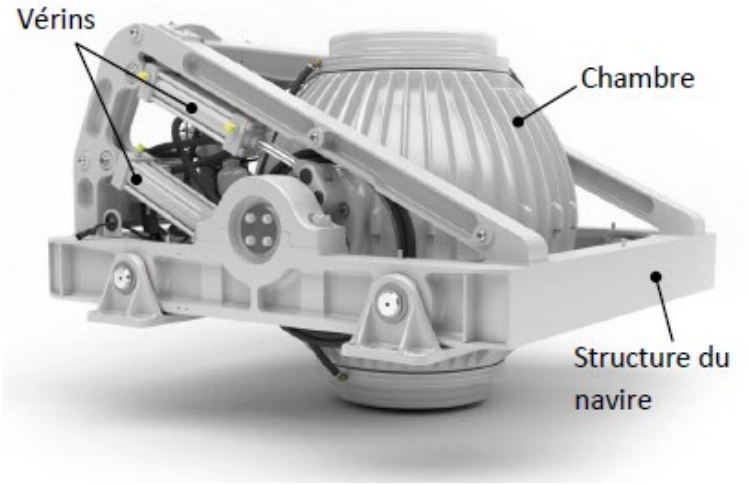
**Question 32** expliquer et chiffrer le gain énergétique apporté par le vide d'air par rapport à une solution sans vide. Donner deux avantages (autres qu'énergétiques) et deux inconvénients de cette solution de vide.

Dans la position médiane, les angles $\theta_2$ et $\theta_{vi}$ sont égaux :

$\theta_2$=$\theta_{vi}$=−$\alpha$=−30° et les vérins ont une longueur $L_0$.

## IV – ETUDE DE LA MAITRISE DE L'ANGLE DE PRECESSION

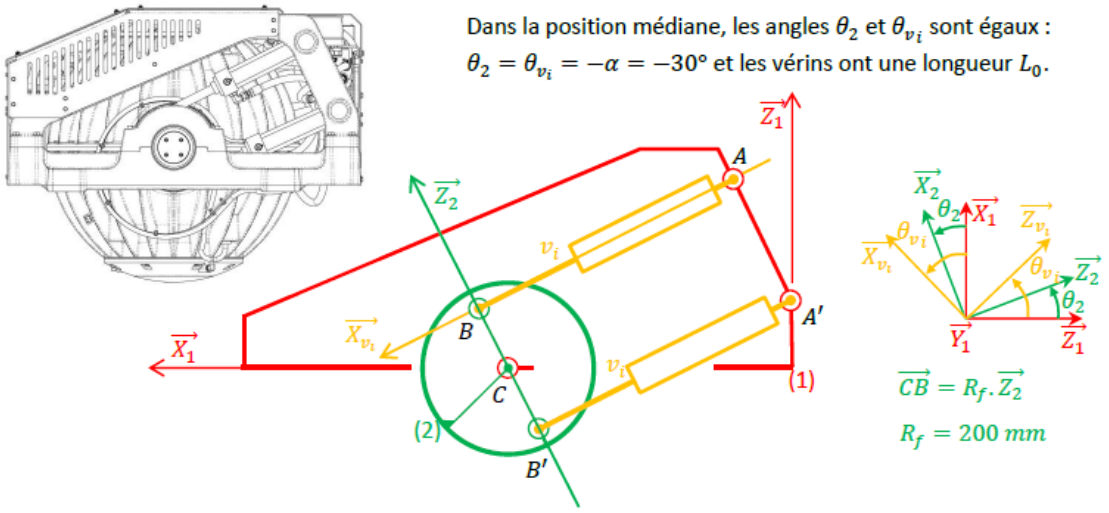
Il est particulièrement important de maîtriser le mouvement de précession de la chambre du volant d'inertie pour maîtriser les effets dynamiques utilisés pour s'opposer aux mouvements engendrés par la houle sur le bateau.




Si naturellement, dû aux effets d'une houle régulière, la chambre du volant d'inertie oscille autour d'une position médiane verticale, il convient de maîtriser cette oscillation pour que son amplitude ne dépasse pas une amplitude de ±70° et s'assurer qu'elle se recentre bien sur une position médiane.

Cette maîtrise est obtenue par l'asservissement des quatre vérins hydrauliques qui peuvent exercer si nécessaire un couple de freinage sur la chambre (2) du volant d'inertie. La figure ci-dessous représente la position médiane (volant d'inertie vertical) où les 4 vérins sont parallèles.

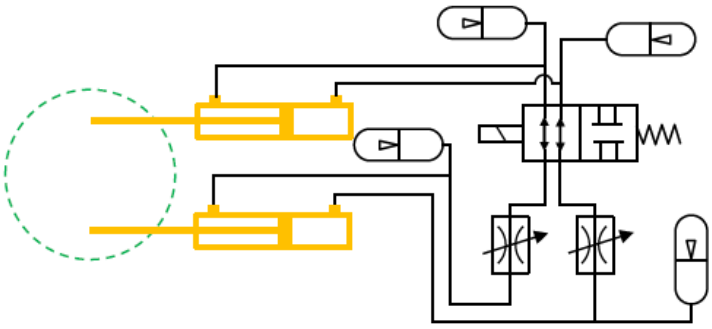
### A – Etude du frein hydraulique



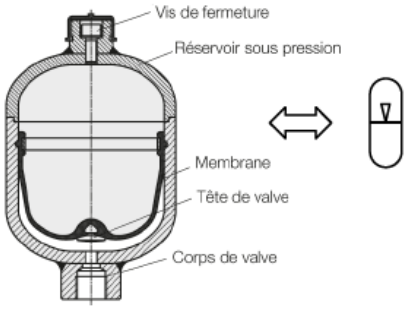

Pour maîtriser la rotation de la chambre (2) par rapport à la structure (1), les vérins agissent pour exercer un couple de freinage $C_{frein}$ sur la chambre du volant d'inertie. Chaque vérin exerce un effort $F_{vi}$ ($i$ ={1,2,3,4}).

**Question 33** déterminer le couple $Cfrein$ en fonction des positions angulaires $\theta_2$ et $\theta_{vi}$ et des efforts $F_{vi}$. Ecrire le lien entre $\theta_2$ et $\theta_{vi}$.

Les vérins sont pilotés par restriction du débit. Les deux vérins de gauche et les deux vérins de droite sont totalement indépendants : le circuit hydraulique simplifié ici représenté est donc présent deux fois sur le système.



*Modèle du système de freinage*




*Accumulateur à membrane*

Un système de refroidissement par radiateur et eau de mer permet d'évacuer l'énergie produite par le freinage.

**Question 34** expliquer le type de pilotage du distributeur et l'intérêt de ce choix.

**Question 35** expliquer l'intérêt de ne pas piloter les deux vérins de gauche et les deux vérins de droite avec les mêmes composants en reliant les conduites des vérins.

**Question 36** identifier les composants qui doivent dissiper l'énergie de freinage.

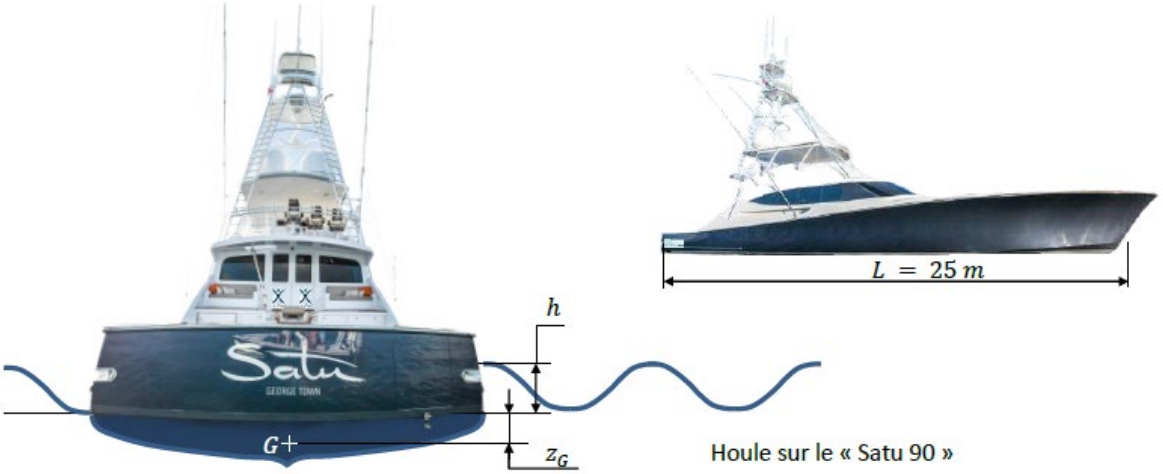
Une calorie vaut 4,18 $Joules$, c'est l'énergie nécessaire pour élever d'un degré Celsius un gramme d'eau.

**Question 37** proposer une démarche pour dimensionner le débit de la pompe à eau de mer. Mettre en œuvre cette démarche et faire l'application numérique.

**Question 38** donner deux raisons de la présence des accumulateurs à membrane dans le circuit hydraulique.

## B – Etude de la stabilisation du navire

La houle qui arrive sur le flan du bateau est la situation la plus inconfortable. En effet les actions de la houle génèrent un mouvement important de roulis.

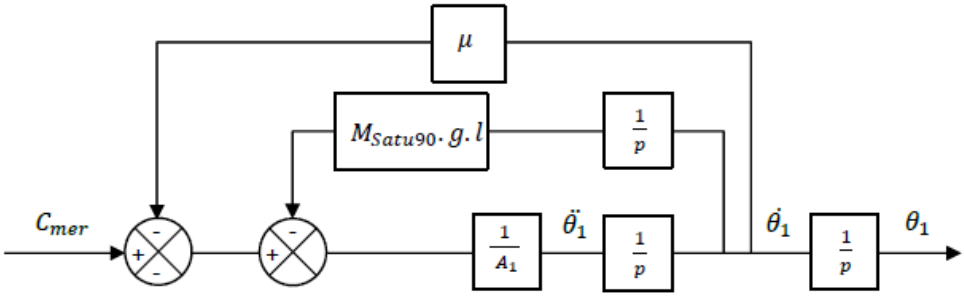



Houle sur le « Satu 90 »

La situation étudiée est une situation d'une houle créant une différence de hauteur $h$=0.5 $m$ entre le côté tribord (droit) et le côté bâbord (gauche) du navire. Dans ces conditions la houle exerce des actions $F_{mer}$ qui génèrent une rotation du navire autour d'un point $G$, que l'on considèrera être un point situé à $z_G = 0.5\ m$ sous la surface de la mer.

**Question 39** en posant les hypothèses nécessaires et en faisant un schéma explicatif, déterminer les actions maximales $F_{mer\ max}$ et le couple maximal $C_{mer\ max}$ exercés par la houle sur le bateau.

En utilisant une linéarisation autour de la position d'équilibre verticale du bateau, le comportement du « Satu 90 » est modélisé par le schéma bloc suivant :




*Modèle du « Satu 90 »*

$A_1 = 800000\ kg.m^2$ $M_{Satu90} = 80\ tonnes$ $l = 1\ m$ $\mu = 200000\ N.m.rad^{-1}.s$

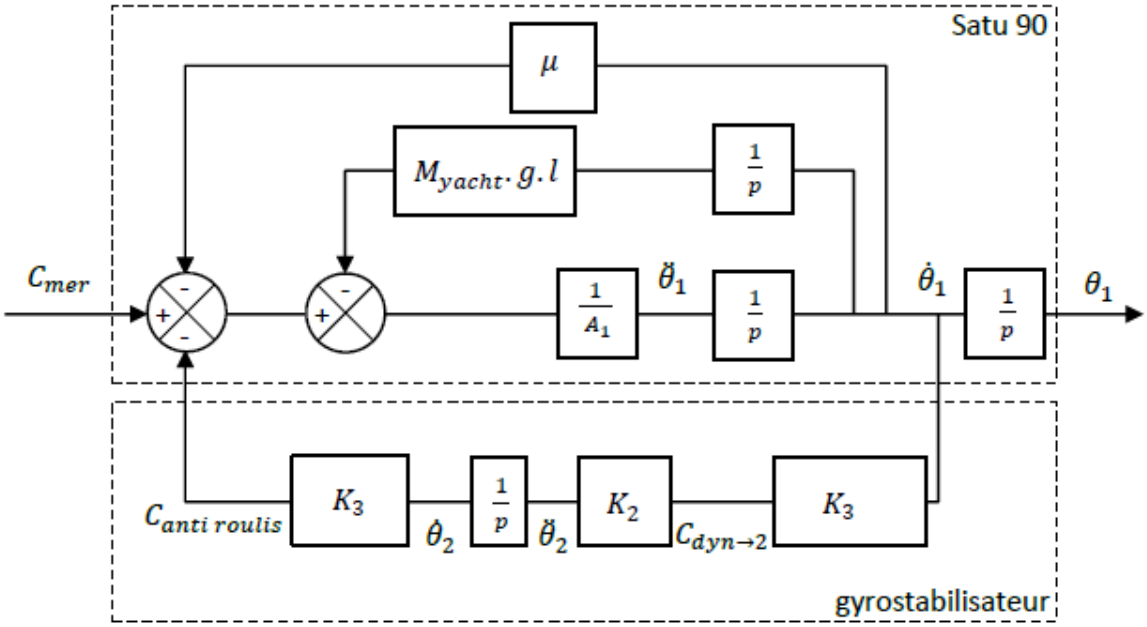
**Question 40** Proposer une expérimentation à réaliser à l'aide du bateau pour obtenir la valeur du coefficient d'amortissement fluide $\mu$ dû aux effets de l'eau de mer sur la coque. Expliquer quelles grandeurs seraient mesurées lors de l'expérimentation et comment il serait possible d'obtenir la valeur $\mu$ (ne pas faire de calcul).

Le coefficient $MSatu90.g.l$ traduit le fait que le bateau revient « naturellement » dans sa position verticale à la suite d'une perturbation.

**Question 41** proposer d'une part un modèle théorique et un schéma explicatif de ce phénomène, puis, d'autre part, proposer une expérimentation pour obtenir globalement la valeur de $MSatu90.g.l$. Expliquer quelles grandeurs seraient mesurées lors de l'expérimentation.

La houle est un phénomène maritime qui possède une période supérieure à 2 s.

**Question 42** déterminer la fonction de transfert $FT_s(p) = \frac{\theta_1}{C_{mer}}$ sous forme canonique et calculer ses grandeurs caractéristiques ($K_S$, $\omega_S$ et $\xi_S$). Expliquer l'intérêt du gyrostabilisateur sur le bateau en évaluant l'effet statique de la houle sur l'angle de roulis et faire l'application numérique. Justifier qu'il faut aussi évaluer ce même effet à la fréquence de résonance. Faire l'application numérique.




*Modèle de l'ensemble E= {bateau + gyrostabilisateur}*

**Question 43** expliquer si l'ensemble E = {bateau + gyrostabilisateur} peut être considéré comme un système asservi ou non.

**Question 44** déterminer la fonction de transfert $FT_E(p) = \frac{\theta_1}{C_{mer}}$ sous forme canonique en fonction des valeurs caractéristiques de la fonction de transfert $FT_S(p)$ et des constantes $K_2$ et $K_3$ du gyrostabilisateur. Déterminer les nouvelles valeurs caractéristiques.

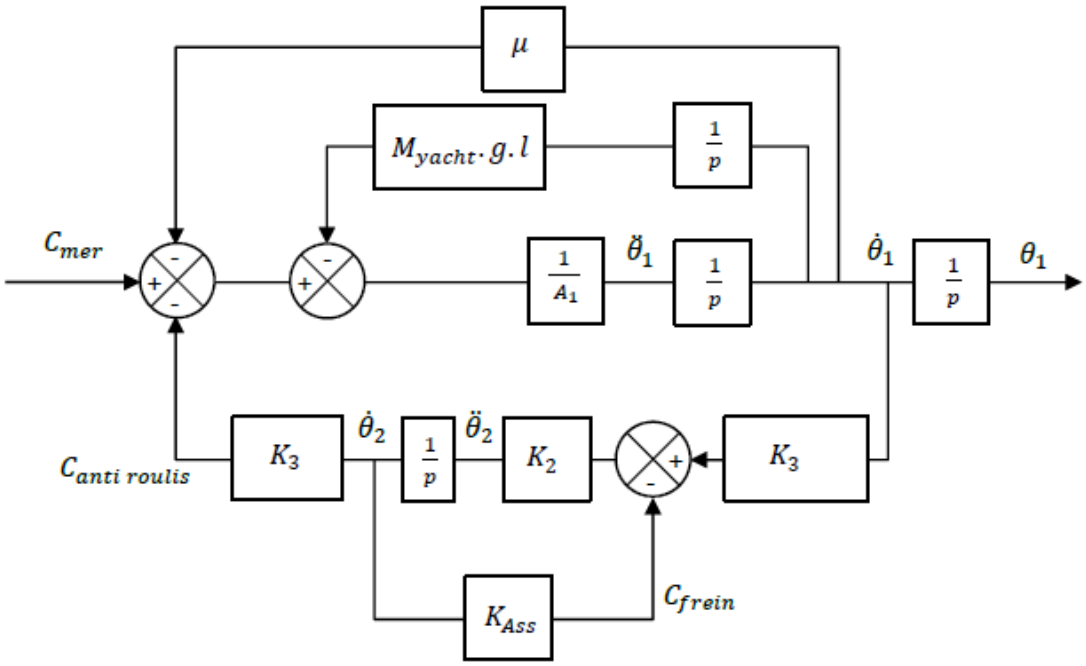
**Question 45** conclure sur les capacités de ce système à diminuer les effets de la houle.

L'angle $\theta_2$ ne doit pas dépasser ±70°. Des butées mécaniques permettent éventuellement de limiter cet angle mais le contact avec ces butées doit être exceptionnel.

**Question 46** déterminer la fonction de transfert $FT_{\theta_2}(p) = \frac{\theta_2}{C_{mer}}$ en fonction des valeurs caractéristiques de la fonction de transfert $FT_S(p)$ et des constantes $K_2$ et $K_3$ du gyrostabilisateur. Analyser cette fonction et montrer en quoi matériellement le système ne peut fonctionner sans modification.

## C – Etude de l'asservissement

Un asservissement mesure la vitesse de rotation de la chambre par rapport au châssis du gyrostabilisateur et agit sur les vérins de freinage pour exercer un couple résistant $C_{frein}$. Le capteur est modélisé par une transmitance $K_{Ass}$ constante.




**Question 47** expliquer pourquoi il n'est pas pertinent d'asservir le couple de freinage $C_{frein}$ en fonction de l'angle $\theta_2$. Si un tel asservissement était mis en place, quelle serait la difficulté de modélisation avec la théorie des systèmes linéaires continus invariants?

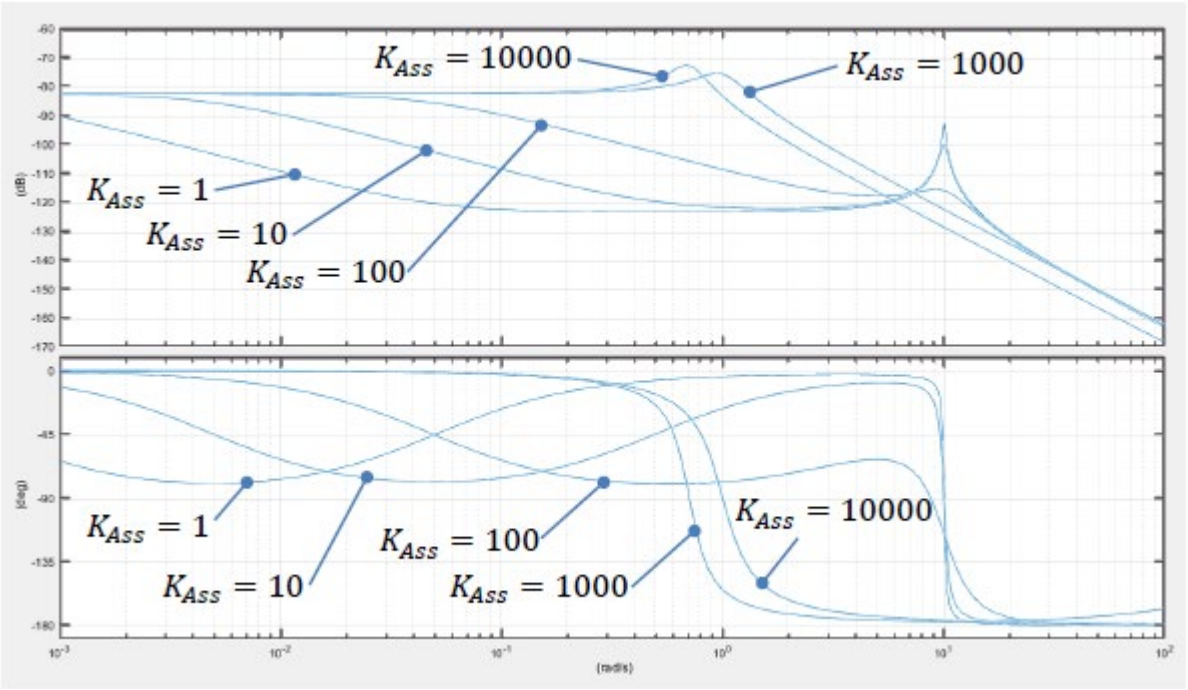
**Question 48** déterminer la fonction de transfert $FT_{Ass}(p) = \frac{\theta_1}{C_{mer}}$ sous forme canonique en fonction des valeurs caractéristiques de la fonction de transfert $FT_S(p)$ et des constantes $K_2$ et $K_3$ et $K_{Ass}$.

**Question 49** évaluer la différence de comportement à une entrée en échelon du « Satu 90 » avec et sans le gyrostabilisateur lorsqu'on laisse le temps au système de se stabiliser. Ce résultat est-il physiquement explicable ?

## D – Etude du réglage de l'asservissement

La valeur de $K_{Ass}$ doit être choisie pour maîtriser l'angle $\theta_2$ afin qu'il reste compris entre -70° et +70° tout en assurant une stabilisation du bateau.

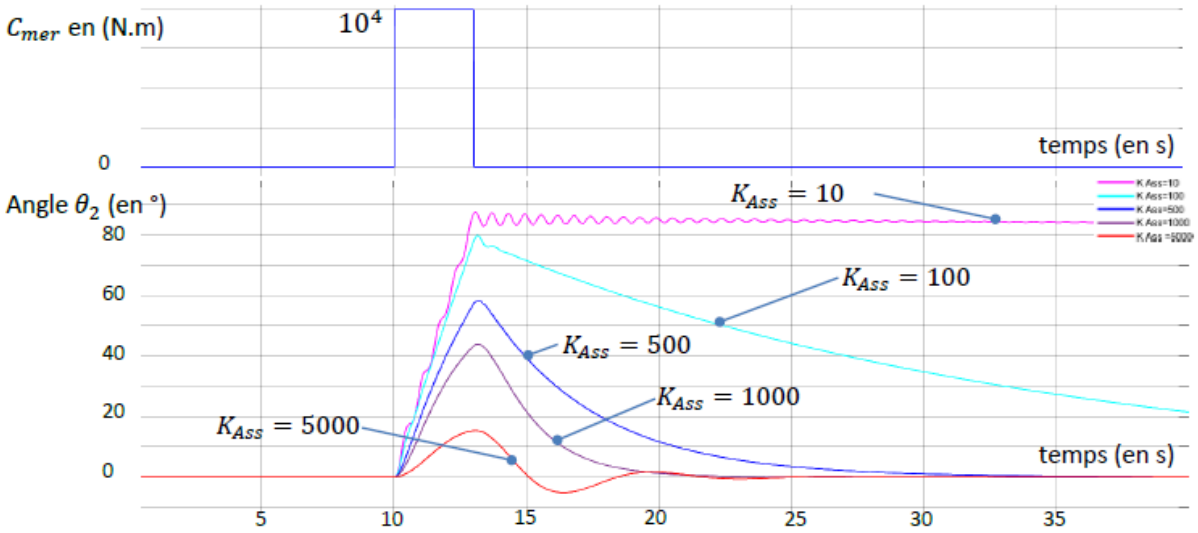
Les diagrammes de Bode représentent les fonctions de transfert $FT_{Ass}(p) = \frac{\theta_1}{C_{mer}}$ (en N.m et °) de l'ensemble du système asservi en fonction de la valeur de $K_{Ass}$ choisie pour une houle exerçant un couple maximal de 20000 N.m.




Diagrammes de Bode du « Satu 90 » équipé du gyrostabilisateur asservi en fonction de $K_{Ass}$

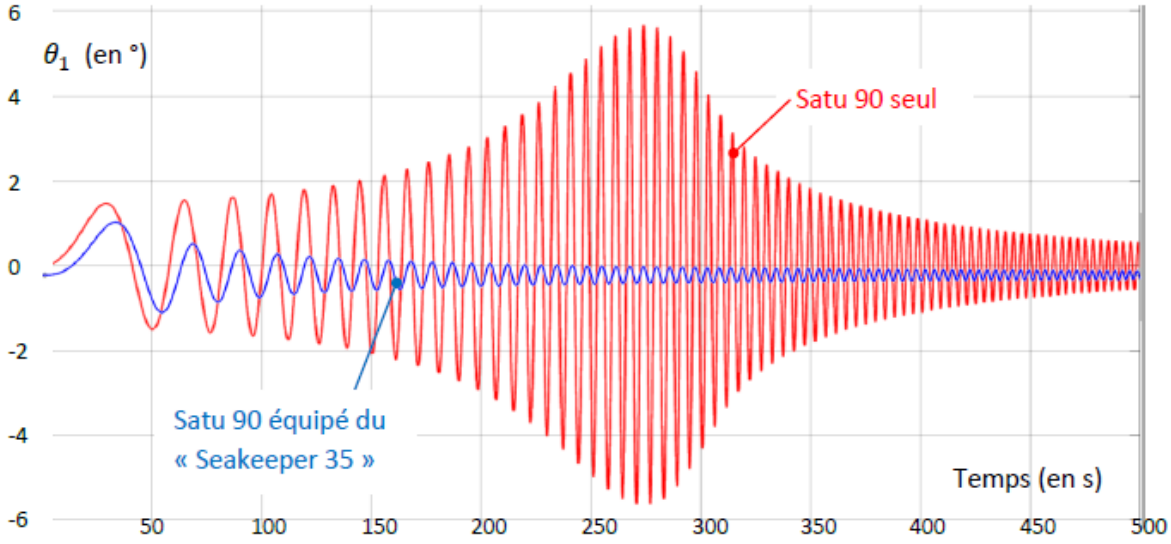
**Question 50** pour une houle dont la période serait de 6 s environ, évaluer l'angle de roulis maximal du bateau si $K_{Ass}$=10.

Le même modèle est sollicité avec une vague de 0,5 m de hauteur pendant 3 s. Cela représente une vague importante qui pendant 3 secondes exerce un couple constant sur le bateau. C'est évidemment une situation exceptionnelle. La réponse du modèle est représentée selon la valeur de $K_{Ass}$.




**Question 51** à partir des données précédentes, choisir et justifier une valeur du coefficient $K_{Ass}$.

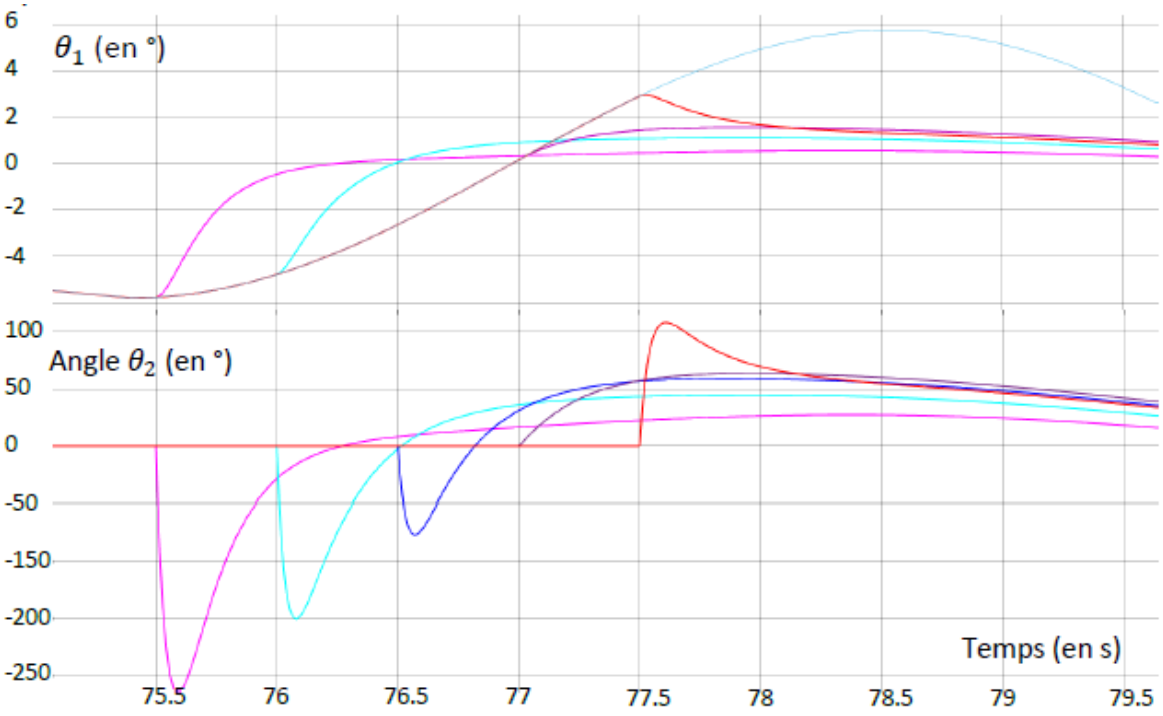
Le modèle optimisé pour le « Satu 90 » est excité par une fonction sinusoïdale dont la période varie linéairement de 0 à 3 s.




**Question 52** expliquer et vérifier l'affirmation du constructeur selon laquelle « Le Seakeeper 35 élimine jusqu'à 95% des effets de la houle » et indiquer si les performances pour une longue période de houle sont satisfaisantes.

Un accéléromètre mesure la position angulaire de roulis $\theta_1$ du « Satu 90 ». Sa fonction est essentielle lors de la mise en route du gyroscope. En général, le volant d'inertie est lancé au port, puis le gyroscope n'est mis en route par le propriétaire que plus tard alors que le navire est déjà en mer.

Les graphiques montrent différentes mises en route selon la position angulaire $\theta_1$ du navire alors que le bateau subit une houle importante.



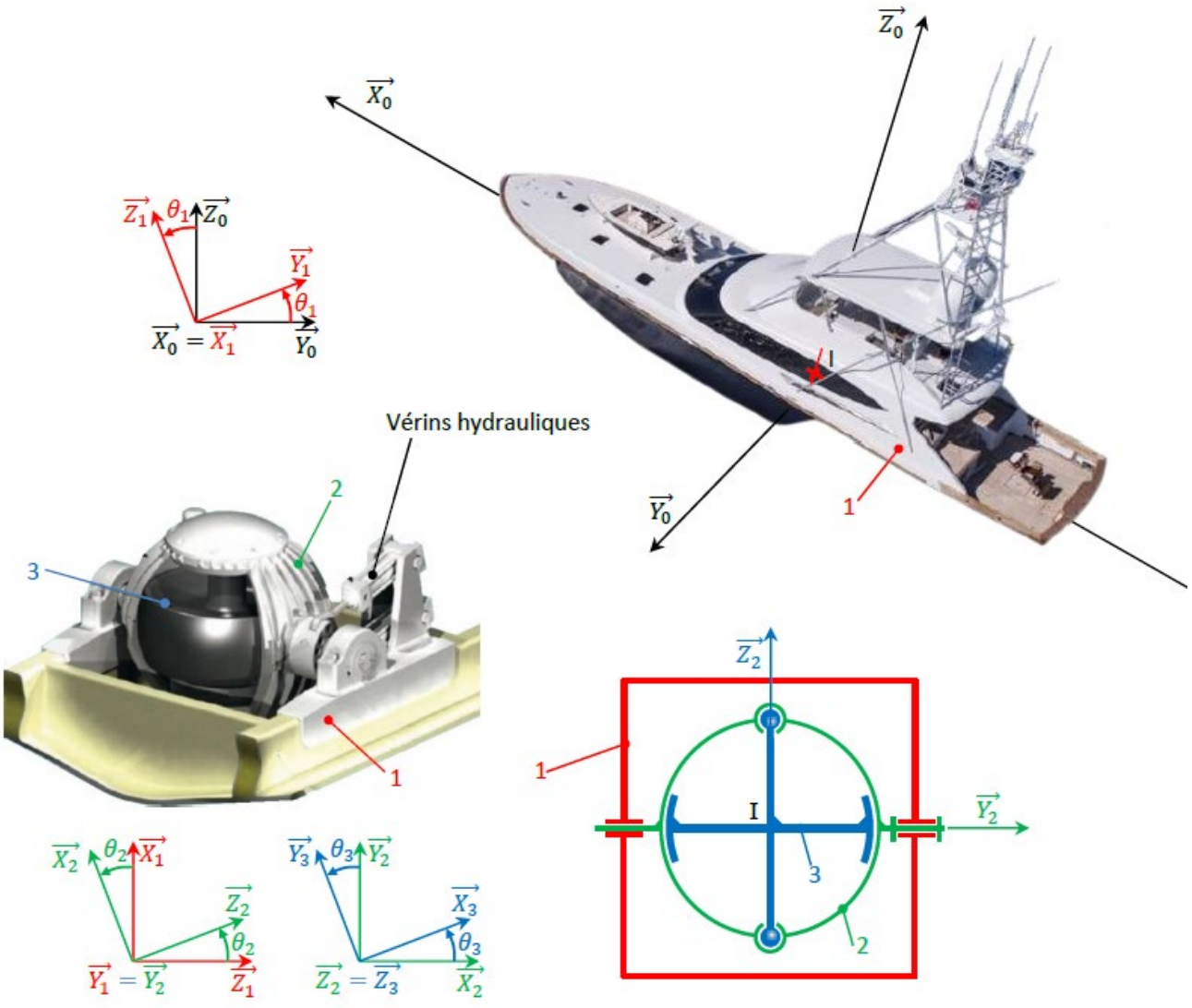

**Question 53** à partir de l'instant où le propriétaire appuie sur la touche « mise en route » sur le pupitre de commande du gyroscope, écrire chronologiquement les évènements qui conduisent au début de

la stabilisation. Indiquer matériellement sur quels composants agit la commande pour mettre en route le système.

**Question 54** quelle que soit la procédure de lancement choisie, évaluer si l'hypothèse des conditions initiales nulles est toujours vérifiée pour les modélisations choisies précédemment et proposer une solution permettant de pouvoir faire des études même si les conditions initiales ne sont pas nulles.

## V – EVALUATION DE L'EFFET GYROSCOPIQUE DU GYROSTABILISATEUR

Le « Satu 90 » est considéré comme n'ayant qu'une seule rotation possible autour de l'axe $(I; \overrightarrow{x_0})$ : le roulis. L'angle de tangage autour de $(I; \overrightarrow{y_0})$ et l'angle de lacet autour de $(I; \overrightarrow{z_0})$ sont considérés comme nuls et non pris en compte dans l'étude.




Le gyrostabilisateur est composé essentiellement de trois ensembles : le châssis (1) lié à la coque du bateau, la chambre (2) guidée en rotation autour de l'axe $(I; \overrightarrow{y_1})$, et le volant d'inertie (3) guidé en rotation par rapport à sa chambre autour de l'axe $(I; \overrightarrow{z_2})$.

Les actions prises en compte dans l'étude sont : l'action de la mer sur le navire modélisée par un couple pur $C_{mer}$, le couple de freinage $C_{frein}$ des vérins hydrauliques et le couple $C_m$ du moteur électrique sur le volant d'inertie (3).

**Question 55** faire le graphe de liaisons du système étudié afin d'expliquer la démarche permettant de déterminer les équations différentielles du mouvement. Préciser les isolements, les théorèmes, les équations et projections utilisés. Aucun calcul n'est attendu dans cette question.

Pour simplifier l'étude, les hypothèses suivantes sont posées :

1 Les angles $\theta_1$ et $\theta_2$ sont considérés petits donc $\cos\theta_1 \approx \cos\theta_2 \approx 1$ et $\sin\theta_1 \approx \sin\theta_2 \approx 0$

2 La valeur $\dot{\theta_3}$ est une constante

3 I est le centre de gravité du volant (3), de la chambre (2), et du navire (1)

4 Les matrices d'inertie de (1), de (2) et de (3) sont de la forme :

5 On choisit $\cos\theta_3 = \sin\theta_3 = 0$ (l'effet de l'angle $\theta_3$ est négligé).

**Question 56** justifier les cinq hypothèses précédentes.

Indiquer les deux hypothèses qui vous paraissent les plus approximatives par rapport à la réalité.

**Question 57** en prenant en compte les hypothèses précédentes, écrire toutes les équations différentielles du mouvement en fonction de $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ , de leurs dérivées première et seconde, de $C_{mer}$, $C_{frein}$ et $C_m$.

## CONCLUSION

Un bateau de type « zodiac » est un bateau de structure semi-rigide gonflable qui a l'intérêt d'être très léger et quasiment insubmersible. Ce type de bateau mesure classiquement une petite dizaine de mètres et sa faible masse est un avantage pour le transport mais parfois un handicap en mer face à la houle. L'entreprise Seakeeper équipe des navires de toutes tailles. Le projet d'équiper un bateau de type « zodiac » est un projet qui pose un certain nombre de questions.

**Question 58** en imaginant que le constructeur veuille fabriquer un gyrostabilisateur sur le modèle du « Seakeeper 35 » pour une embarcation de type « zodiac », énoncer les caractéristiques à modifier et les conséquences de ces choix par rapport aux critères abordés dans le sujet.

## FIN

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi