Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2023, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : mise en contexte
- Partie 2 : analyse statique du robot
- Partie 3 : étude cinématique et dynamique du robot
- Partie 4 : asservissement du robot
- Partie 5 : étude du dispositif de fixation de la tête d'impression

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Les documents réponse, à compléter sur la copie, ne figurent pas dans cette version du sujet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2023/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Introduction

L'industrie du bâtiment, et plus spécifiquement celle de la construction en béton, représente environ 10% du produit intérieur brut (PIB) mondial et est l'un des premiers employeurs au monde. Néanmoins, la performance de productivité de cette industrie reste faible aujourd'hui, avec des techniques de construction qui ont très peu évolué depuis des dizaines d'années. Cependant, les progrès techniques et la révolution numérique permettent à présent d'envisager l'automatisation des phases de construction avec un fort potentiel d'amélioration de la productivité. C'est dans ce cadre que la dernière décennie a vu le développement rapide de la technologie d'impression 3D (3D-printing) par fabrication additive pour la construction moderne de bâtiments et structures architecturales en béton. Cette technologie est schématisée sur la Figure 1 ; elle met en œuvre une construction automatisée à partir d'une maquette numérique, et permet d'améliorer la qualité d'exécution de la construction ou d'augmenter la productivité d'éléments sur mesure.

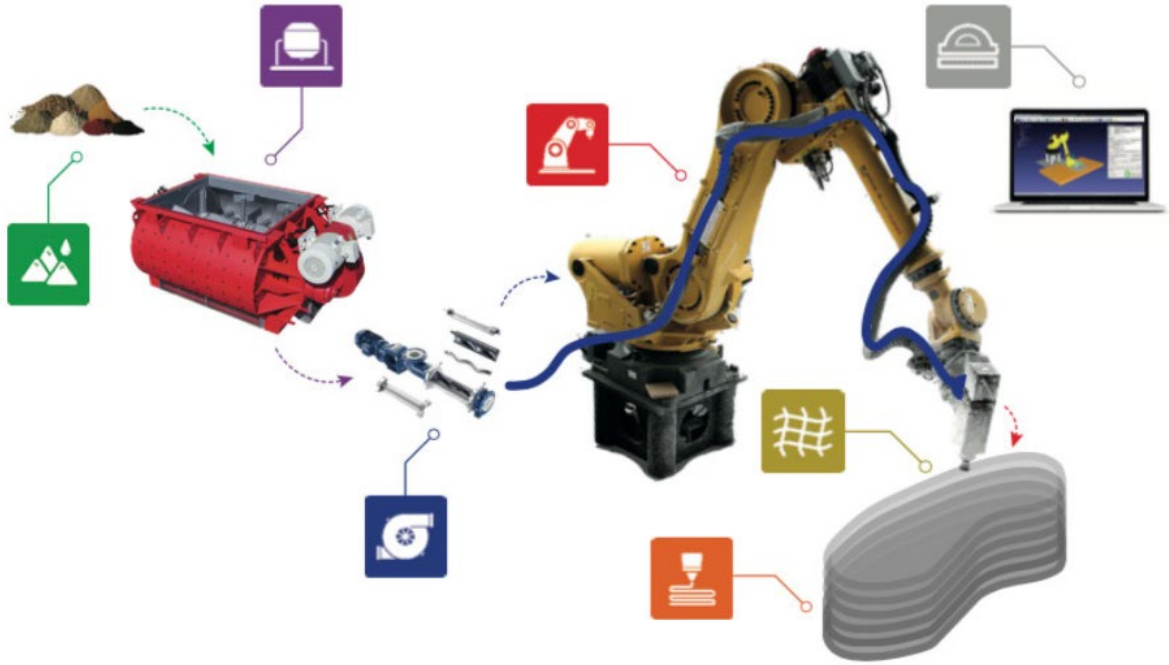


Figure 1 : Illustration de l'impression 3D de structures en béton

La technologie est très prometteuse et est à l'heure actuelle en pleine expansion. Elle est à présent envisagée pour construire des éléments individuels (pont, pilier, mur, mobilier urbain), des structures complètes (maison, immeuble), ainsi que des pièces architecturales (œuvres artistiques, sculptures). Elle offre de nombreux avantages par rapport aux méthodes traditionnelles de construction basées sur le coulage du béton dans un coffrage (moule) ; on peut citer notamment :

- la diminution du coût de construction (utilisation de la quantité juste nécessaire de matériau, vitesse de production augmentée, main d'œuvre réduite) ;
- la réduction de la pénibilité (sécurité du chantier améliorée, heures de travail diminuées, moins de nuisances pour les riverains) ;
- la possibilité de réaliser des géométries complexes, avec individualisation de la demande (formes courbes,…), offrant une plus grande flexibilité et favorisant une meilleure créativité et liberté architecturale ;

- la réduction de l'empreinte carbone de l'ensemble du procédé de construction (moins de déchets, diminution du transport des matériaux et équipements vers le chantier).

Dans le procédé d'impression 3D, le matériau cimentaire est déposé par couches successives à partir d'une tête d'impression montée sur un bras de robot multiaxial et déplacée spatialement (Figure 2). L'impression est donc basée sur la séquence linéaire suivante :

conception → définition du chemin d'impression → actions du robot

La pièce fabriquée est alors constituée d'un empilement de couches et la maîtrise du procédé nécessite des compétences diverses (mécanique des fluides et des solides, électronique, automatisme, génie civil).

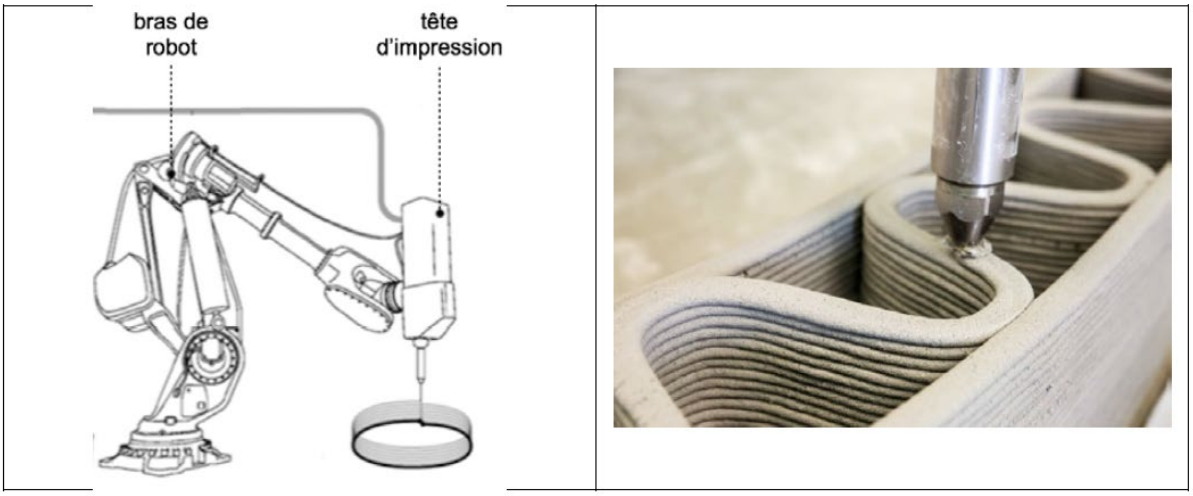


Figure 2 : procédé de fabrication d'une pièce par dépôt de couches successives

Le système d'impression 3D objet de la présente étude est développé et breveté par la société XtreeE, start-up française née en 2015 et spécialiste de l'impression 3D à grande échelle. Il est composé de deux parties principales (Figure 3) dont les caractéristiques techniques sont décrites dans l'Annexe A :

- une tête d'impression (xHEAD), jouant le rôle d'effecteur, qui se déplace à une vitesse d'avance de l'ordre de 100 mm/s et dépose le matériau cimentaire par extrusion sous forme de cordons ;
- un bras de robot articulé à 6 axes (i.e. 6 degrés de liberté) mû par des actionneurs électriques et piloté par une unité de commande. Ce robot de type série est de la marque ABB (gamme IRB 6620) et sert à positionner la tête d'impression le long d'une trajectoire prédéfinie.

Des éléments technologiques additionnels (pompes, dispositif d'adjuvantation, mélangeurs, unité de préparation et de stockage du béton, circuit d'alimentation, capteurs pour le contrôle en temps réel du procédé par l'opérateur, etc.) complètent le système. Les caractéristiques de plusieurs de ces éléments sont détaillées dans le sujet ou dans les annexes.

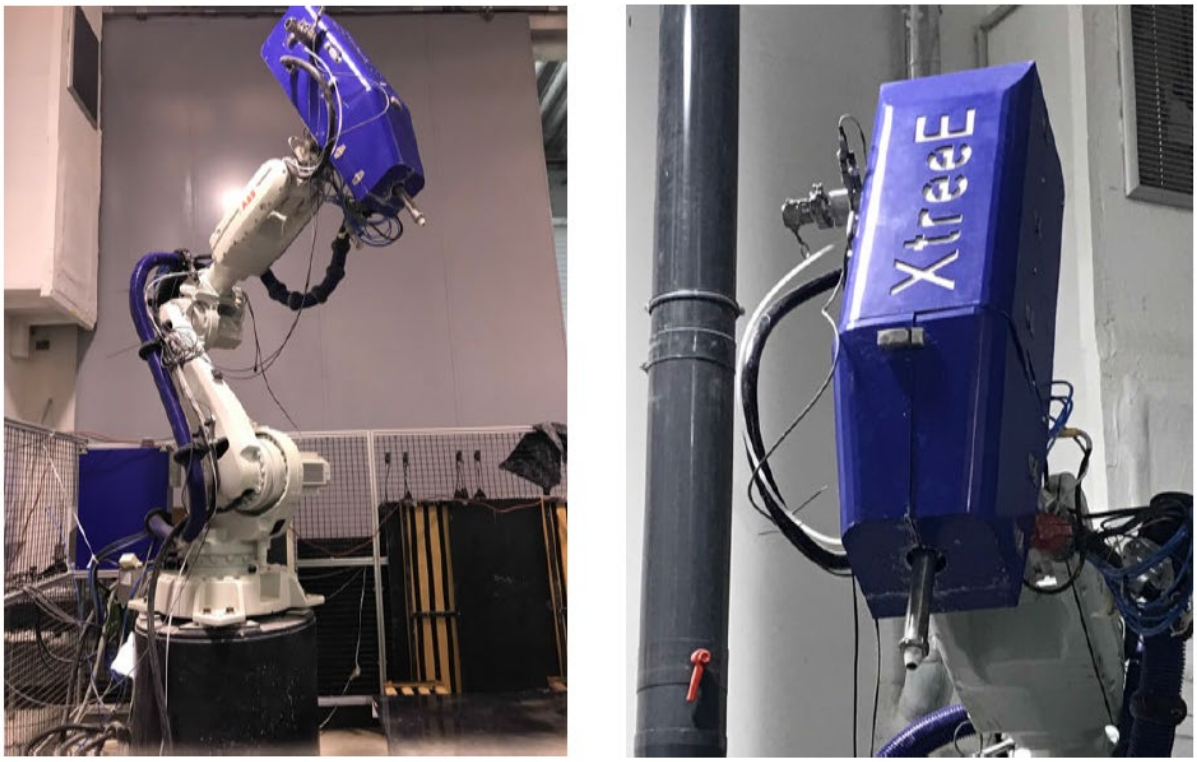


Figure 3 : système étudié et zoom sur la tête d'impression

Les différentes parties composant ce sujet ont pour objectif de valider certains aspects de la conception du système, au regard des exigences et des contraintes :

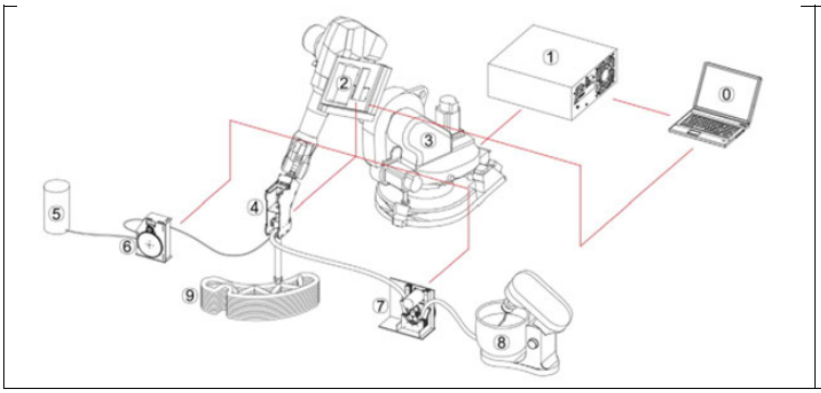
- la **partie 1** permet de s'approprier le fonctionnement du système et le contexte, en lien avec les spécificités de l'acheminement et de la dépose du matériau cimentaire ;
- la **partie 2** a pour objectif de valider le dimensionnement du robot ABB IRB 6620, à partir d'une analyse de statique ;
- la **partie 3** s'intéresse aux modèles géométrique, cinématique et dynamique du robot, afin de valider leur adéquation avec les performances attendues ;
- la **partie 4** porte sur l'asservissement choisi pour la commande de l'axe 1 du robot ;
- la **partie 5** s'intéresse au dispositif de fixation de la tête d'impression sur le robot.

Les différentes études seront menées dans ces parties en considérant une phase de construction d'un mur en béton par le système d'impression 3D.

PARTIE 1 : Mise en contexte

Le procédé de dépôt de couches successives est similaire à la fabrication additive conventionnelle métallique. Cependant, les caractéristiques spécifiques du matériau cimentaire et l'échelle de fabrication occasionnent des challenges uniques qui sont étudiés ici. Aussi, à travers des considérations et modèles simples, cette partie s'attache à découvrir la zone dans laquelle la méthode de fabrication mise en place est pertinente.

Les différents éléments entrant en jeu dans la chaîne de fabrication sont présentés sur le schéma suivant.



0 : système de commande
1 : contrôleur du robot
2 : contrôleur de l'impression
3 : robot
4 : tête d'impression
5 : agent accélérant (adjuvant)
6 : pompe pour l'adjuvant
7 : pompe pour le béton
8 : mélangeur de béton
9 : mur 3D imprimé

1-1 Etude du dépôt du matériau

Plusieurs technologies d'impression de matériaux cimentaires existent ; dans le cas présent, la forme de la couche imprimée n'est pas imposée par la forme de la buse mais par l'écrasement du matériau cimentaire sur la couche existante.

La Figure 4 illustre cette dernière technologie et propose un premier paramétrage.

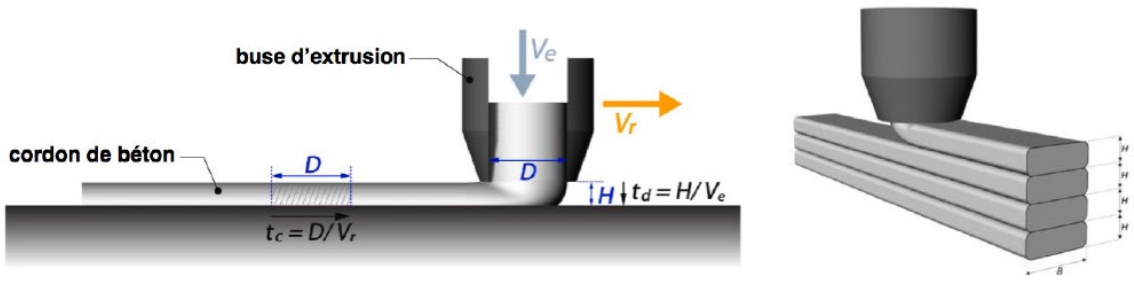


Figure 4 : schématisation de l'extrusion et écrasement du cordon sur un support

Q1.1 : Pour l'impression proposée, la buse est de section circulaire. Quel est l'intérêt de ce choix?

Q1.2 : Lorsque la buse se déplace en translation par rapport à un support (cf. Figure 4), proposer un schéma simple de mécanique des fluides permettant de décrire l'écoulement de la pâte cimentaire.

Q1.3 : En faisant l'hypothèse de conservation de la masse, exprimer le lien entre le diamètre D.de la section de la buse, la vitesse d'éjection V_e du cordon imposée par la pompe, la vitesse d'avance V_r de la buse et la section S_c du cordon (supposée rectangulaire de hauteur H et de largeur B).

Q1.4 : Parmi ces derniers paramètres D , V_e, V_r, S_c indiquer celui (ou ceux) imposé(s) par la géométrie du mur à imprimer et ceux devant être maîtrisés par le robot. Expliquer les conséquences de la non-maîtrise de chaque paramètre.

Afin d'éviter un écoulement de la pâte cimentaire, la pression dans une couche ne doit pas dépasser une valeur de contrainte de cisaillement maximale τ_s^0

La relation entre la contrainte de cisaillement τ et la pression est $p = \sqrt{3}\,\tau$

Q1.5 : Déterminer la pression maximale p dans une couche de pâte cimentaire de densité ρ; en déduire la hauteur maximale de cette couche.

La valeur de la contrainte de cisaillement maximale admissible augmente avec le temps puisque la pâte cimentaire « sèche » et coulera donc plus difficilement. L'évolution de cette valeur maximale est linéaire en temps : $\tau_s = \tau_s^0 + At$. On suppose que le robot imprime n couches, chacune de longueur L_c, à la vitesse moyenne V_r

Q1.6 : Calculer le temps T_n nécessaire pour commencer la couche n. En déduire la hauteur maximale H_{max} atteignable avant que la pâte cimentaire ne s'écoule et que le mur s'écroule sous son propre poids.

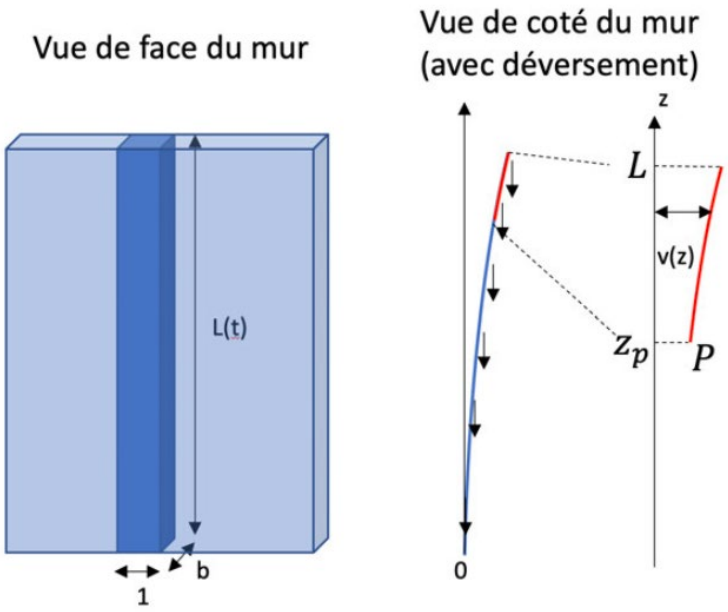


Figure 5 : modélisation choisie pour le mur élancé

Pour des murs imprimés élancés, le phénomène structurel de flambage peut intervenir. Pour simplifier, on suppose ici que les caractéristiques mécaniques du matériau imprimé sont homogènes sur la hauteur $L(t)$ du mur. Pour cette étude, on va mettre en place quelques éléments de la théorie des poutres en flexion. Considérons une poutre équivalente de longueur $L(t)$, de profondeur b, de module d'Young $E(t)$ et de moment quadratique $I = \frac{b^3}{12}$ pour une largeur unitaire. Sa déformée est donnée par une courbe $v(z)$ représentée sur la Figure 5.

Q1.7 : En isolant un tronçon d'altitude supérieure à z_p, montrer que l'expression du moment du poids de la partie supérieure à cette coupe sur la partie inférieure en P est :

$$M_p(z_p) = \int_{z_p}^{L} \rho g b (v(s) - v(z_p)) dS$$

Q1.8 : Montrer que la courbure γ de la courbe $v(z)$ prend la forme $\gamma = v''$ si $v' \ll 1$ (rotation petite).

On suppose ici que ce moment est proportionnel à la courbure de la poutre ; le coefficient de proportionnalité s'exprime comme le produit EI

Q1.9 : En déduire que l'équation régissant le flambage s'écrit :

$$EIv''' + \rho g(h - z)v' = 0$$

Pour que le flambage apparaisse, il faut : $\frac{2}{3}\sqrt{\rho g h^3 / EI} = 1.87$

La Figure 6 présente, sur un même diagramme, les évolutions des différents modes de rupture étudiés précédemment.

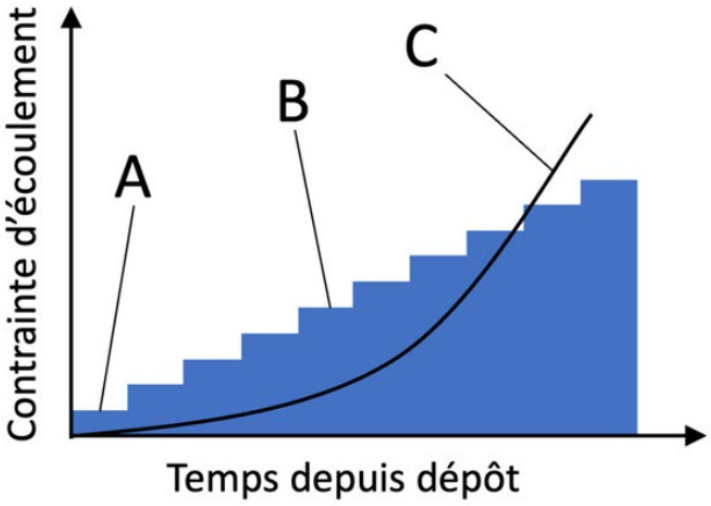


Figure 6 : diagramme des modes de rupture lors de la construction du mur

Q1.10 : Identifier, en justifiant, la correspondance entre les zones A, B, C et les modes évoqués aux questions 1.5 (écroulement d'une couche sous son propre poids), 1.6 (écroulement de couches superposées) et 1.9 (flambage). La couleur bleue représente la faisabilité de l'impression.

1-2 Etude du pompage et du mélange

L'acheminement du matériau cimentaire jusqu'à la buse de dépose est fait en deux étapes : (1) pompage continu du béton depuis le réservoir de stockage jusque vers la tête d'impression, à travers un circuit d'alimentation et sur une longueur de plusieurs mètres ; (2) dosage volumétrique contrôlé de l'adjuvant (accélérateur de prise) avant mélange homogène avec le béton en amont de la buse de dépose.

Le pompage du béton, avec débit contrôlé, depuis le réservoir de stockage est un élément clé et techniquement complexe du système. Un dispositif souvent utilisé pour ce besoin est une pompe péristaltique (ou pompe à galets), auquel cas le béton passe dans un tube flexible écrasé par un ensemble de galets en rotation dans une chambre circulaire. Ce dispositif délimite ainsi un volume déplacé par le mouvement des galets, avec aspiration du béton par élasticité du tube et dépression derrière la zone écrasée lorsque le tube retrouve sa forme circulaire d'origine. Le fonctionnement associé est schématisé sur la Figure 7 ci-dessous.

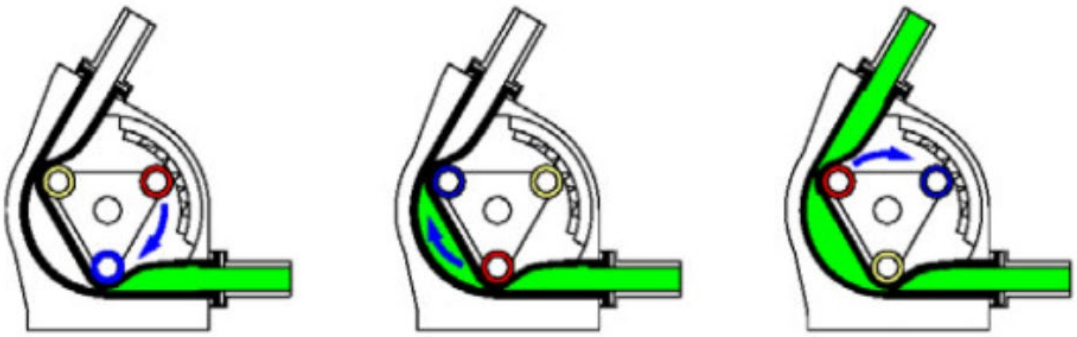


Figure 7 : illustration du fonctionnement d'une pompe péristaltique

Q1.11 : Donner l'intérêt majeur d'une pompe péristaltique, à la vue des contraintes de fonctionnement du système d'impression 3D. Citer deux autres avantages, ainsi que deux inconvénients, d'une telle conception de pompe.

Q1.12 : Indiquer la grandeur de conception qui joue, à diamètre D_p et vitesse de rotation ω_p (en rad/s) imposés du porte-galets, sur le débit d'une pompe péristaltique. Donner alors l'expression de ce débit.

L'adjuvant est ajouté juste avant la dépose pour modifier les propriétés physiques du matériau (viscosité, stabilité, etc.).

Q1.13 : Quel est l'intérêt de mélanger l'adjuvant au plus proche de la buse de dépose ?

PARTIE 2 : Analyse statique du robot

Les objectifs de cette partie sont de vérifier le dimensionnement du système robotisé choisi en s'assurant que la motorisation ainsi que la liaison au sol sont capables de supporter la masse de la tête d'impression en bout de bras.

L'architecture du robot est décrite dans l'Annexe B, et sa modélisation est donnée dans l'Annexe C.

2-1 Vérification des capacités du robot en statique

Dans cette partie, la tête d'impression est supposée montée en bout de bras avec une orientation verticale. On considère le robot encastré au sol. Aussi, on se place en statique et toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Q2.1 : Proposer un graphe de liaisons du robot et de sa tête d'impression. Faire apparaitre les actions mécaniques extérieures sur chacune des pièces. Le modèle est-il isostatique ?

Dans le tableau suivant on donne les couples moteurs et les rapports de réduction annoncés dans les documents constructeurs pour les différents axes.

Axe	Couple moteur (N.m)	Rapport de réduction
1	14	191
2	9	243
3	9	201
4	12	Inconnu
5	12	48
6	4	81

Q2.2 : Calculer les ordres de grandeur des couples disponibles en sortie sur les axes.

Q2.3 : Sur le diagramme « Capacité de charges » donné dans l'Annexe D, pour une charge de 100 kg, justifier les valeurs maximales de Z et L. Pour cela, vous poserez proprement les modèles utilisés.

Il convient de vérifier que la masse de la tête d'impression installée en bout de bras est compatible avec la motorisation. L'étude ci-après porte sur le motoréducteur qui actionne l'axe 2.

Q2.4 : Proposer la configuration la plus défavorable pour le dimensionnement en position statique sous forme d'un schéma. Déterminer alors l'expression du couple C_2 en sortie du moto-réducteur de la liaison L2 en fonction des masses des différents constituants (dont celle de la tête d'impression) et des paramètres géométriques adaptés. Ces paramètres apparaitront sur le schéma proposé.

Q2.5 : Faire les applications numériques et vérifier que le moteur de l'axe 2 est capable d'assurer cette charge.

2-2 Réduction dans la liaison socle-embase

Une réduction de la vitesse de rotation est apportée au niveau de la liaison L1 par l'intermédiaire d'une transmission mécanique par train épicycloïdal avec divers engrenages (Figure 8). Le train est constitué :

- d'un planétaire 11 connecté à l'arbre d'entrée du dispositif et solidaire du moteur d'entraînement ;
- d'un ensemble de satellites 12 engrenant avec le planétaire ;
- d'un porte-satellites 13 constituant l'arbre de sortie du dispositif et solidaire de l'embase 1 du robot ;
- d'une couronne 14 coaxiale avec le planétaire 11 et le porte-satellites 13.

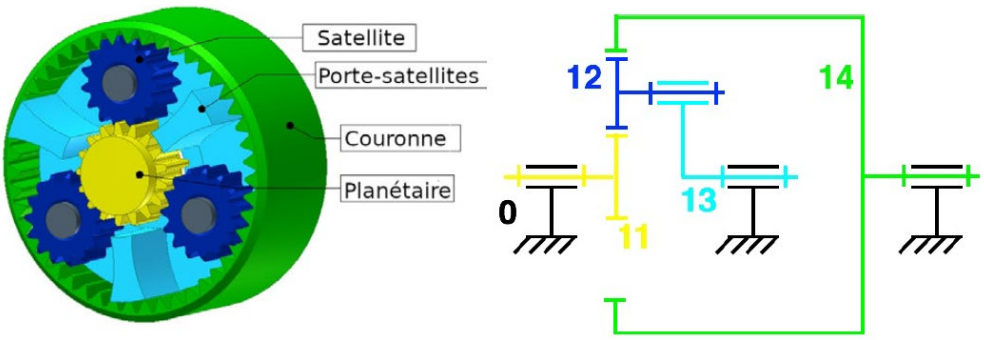


Figure 8 : schématisation du train épicycloïdal

Q2.6 : Calculer l'hyperstatisme du modèle du système. Indiquer l'intérêt d'une configuration avec 3 satellites répartis à 120 degrés, comme indiqué sur la Figure 8.

Dans le dispositif employé, une mobilité est éliminée en immobilisant la couronne 14.

Q2.7 : Après avoir écrit les conditions de roulement sans glissement aux contacts entre les pièces 11, 12 et 14, déterminer le rapport de réduction $R = \frac{\omega_{13/0}}{\omega_{11/0}}$ du dispositif en fonction des nombres de dents Z_i de chaque pièce i

2-3 Vérification du dimensionnement de la liaison au sol du robot

La liaison encastrement entre le sol et le socle du robot est réalisée par une liaison appui plan et un ensemble de boulons.

Q2.8 : Considérons ici la liaison appui plan seule (contact unilatéral) entre le socle du robot et le sol. Proposer un schéma permettant de décrire la configuration limite où le robot ne bascule pas, en faisant figurer la réaction de l'appui plan ainsi que le poids du robot.

En pratique, le socle est boulonné (8 boulons) au sol pour réaliser un encastrement ; un schéma du système de boulonnage est donné sur le document réponse DR1. Dans ce cas, les actions mécaniques non transmissibles sans le boulonnage sont transmises en partie par frottement. C'est le cas pour le moment selon l'axe vertical.

Q2.9 : Énoncer rigoureusement le modèle de frottement de Coulomb.

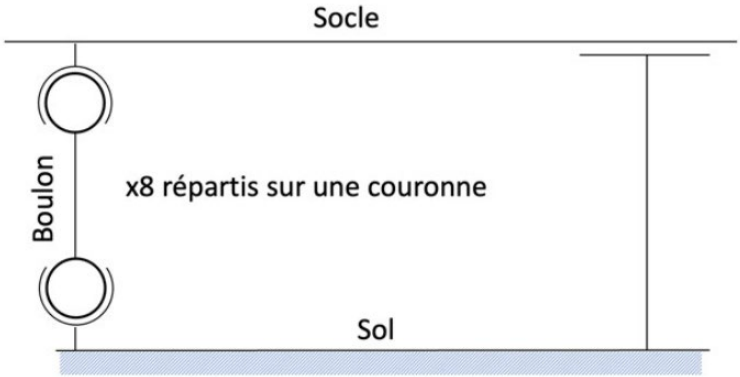


Figure 9 : modèle de la liaison entre le robot et le sol

Q2.10 : En faisant l'hypothèse qu'une liaison boulonnée peut être représentée par deux liaisons rotule (boulon/bâti, boulon/sol, cf. Figure 9), calculer le degré d'hyperstatisme de la liaison encastrement entre le sol et le robot. Commenter les solutions constructives à mettre en place.

Q2.11 : Sur le document réponse DR1, proposer une répartition des efforts (un par boulon) transmis par frottement permettant de reprendre un couple porté par l'axe vertical. Quelle hypothèse faut-il faire pour pouvoir calculer les actions mécaniques sur chaque boulon ?

Q2.12 : La documentation constructeur indique qu'une inclinaison de 15° est possible entre le socle et le sol si la charge maximale (masse en bout de bras) supportée par le robot est réduite. Donner la forme de la relation entre la charge maximale et l'inclinaison.

On contrôle le couple de serrage des boulons à la clé dynamométrique. Le couple imposé sur les 8 boulons M24 (pas de 3 mm), disposés sur un cercle de rayon 400 mm, est de 725 Nm.

Q2.13 : Estimer la force ainsi que le couple transmissible par la liaison encastrement. Commenter ce dimensionnement.

PARTIE 3 : Etude cinématique et dynamique du robot

Les objectifs de cette partie sont de vérifier que le système robotisé permet d'assurer les performances géométriques, cinématiques et dynamiques attendues lors de la dépose du matériau.

3-1 Analyse cinématique globale

Le schéma cinématique 3D du robot est donné dans l'Annexe C, avec le paramétrage associé. Le modèle du système est structuré en une chaîne ouverte constituée d'un ensemble de 6 pièces reliées par des liaisons pivot (articulations). Les actions dans les différentes liaisons permettent de positionner et orienter la tête d'impression.A chaque solide i du mécanisme est attaché un repère orthonormé direct $R_i = (O_i, \overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{y_i}, \overrightarrow{z_i})$.

Le socle 0 (bâti du robot) est fixé au sol de normale ascendante $\overrightarrow{z_0}$ et est lié à un référentiel considéré galiléen.

Le point M représente le point d'attache de la tête d'impression sur le robot, tandis que le point P représente la buse de dépose en extrémité de cette tête d'impression. Le point O_0 (confondu avec O_1) est au niveau du sol (altitude nulle).

Tous les solides sont supposés rigides (indéformables) et les liaisons parfaites.

Q3.1 : Ecrire le vecteur position du point P par rapport au référentiel du socle 0, ainsi que la matrice de rotation $R_{6/0}$ reliant les bases $(\overrightarrow{x_6}, \overrightarrow{y_6}, \overrightarrow{z_6})$ et $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, en fonction des données géométriques et des variables angulaires. Cette dernière matrice, qui caractérise l'orientation angulaire de la tête d'impression, sera exprimée comme une combinaison de matrices de rotation élémentaires à définir.

Le moteur de l'axe 2 est équipé d'un codeur optique absolu permettant d'obtenir une information de position codée sur 10 bits. De plus, on suppose qu'il est muni d'un réducteur de rapport $r = 1/243$.

Q3.2 : Déterminer la précision angulaire de rotation de l'axe 2, et calculer la précision de déplacement correspondante au niveau de la buse, dans la configuration la plus défavorable à indiquer. Conclure vis-à-vis de l'exigence de précision du cahier des charges.

Q3.3 : Déterminer les composantes du torseur cinématique $\{V(6/0)\}$ exprimé au point P, en fonction des données géométriques, des variables angulaires θ_i et de leurs dérivées temporelles $\dot{\theta}_i$ L'écriture la plus simple sera privilégiée.

Q3.4 : Proposer un modèle de liaison équivalente pour l'ensemble de liaisons $\{L4 + L5 + L6\}$, permettant de modéliser la mobilité de l'effecteur (solidaire de l'organe terminal 6) par rapport à l'avant-bras 3.

On note $\overrightarrow{X_P} = (x_P, y_P, z_P, \alpha_6, \beta_6, \gamma_6)^T$ le vecteur regroupant les composantes de position du point P et d'orientation du solide 6 dans le repère $R_0 = (O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, et $\vec{\Theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)^T$ le vecteur des variables articulaires. On suppose que la projection des expressions précédentes, dans la base $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ aboutit à une relation cinématique de le forme $\overrightarrow{X_P} = \vec{f}(\vec{\Theta})$avec $\vec{f}$ une fonction vectorielle non-linéaire.

Q3.5 : Donner l'expression en fonction de $\vec{f}$ de la matrice J telle que $\dot{\overrightarrow{X_P}} = J(\vec{\Theta})\dot{\vec{\Theta}}$ qui relie les composantes du torseur cinématique $\{V(6/0)\}$ au point P et les dérivées temporelles $\dot{\theta}_i$ des variables articulaires.

Cette matrice J (dite matrice jacobienne) sera réexploitée par la suite.

3-2 Etude des singularités

Le modèle géométrique précédent $\overrightarrow{X_P}(\vec{\theta})$, décrivant la position et l'orientation de la tête d'impression (et ainsi le torseur cinématique) relativement au repère fixe R_0 en fonction des variables angulairesθ_i des liaisons, est appelé modèle direct. En pratique, la tête d'impression doit être déplacée par le robot le long d'une trajectoire prédéterminée, et il faut donc calculer les consignes angulaires à envoyer aux moteurs en fonction des position et orientation désirées pour la buse de dépose ; ces calculs font appel à un modèle géométrique inverse $\vec{\theta}(\overrightarrow{X_P})$, fortement non-linéaire. En terme de vitesse, le modèle cinématique inverse s'écrit sous la forme :

$$\dot{\vec{\theta}} = J^{-1}\left(\vec{\theta}(\overrightarrow{X_P})\right)\dot{\overrightarrow{X_P}}$$

Q3.6 : Montrer de façon illustrative que le modèle géométrique inverse admet plusieurs solutions. Pour cela, on pourra considérer la modélisation simplifiée plane (dans le plan $(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$) telle que $\theta_1 = \theta_4 = \theta_6 = 0°$.

Les zones de fonctionnement continu à solution $\vec{\theta}$ unique sont délimitées par des configurations singulières du mécanisme. Celles-ci, caractérisées par une dégénérescence de la matrice J (det(J) = 0, rang < 6), correspondent à une perte de mobilité avec des mouvements admissibles dans un sous-espace de dimension inférieure à 6. A même position et orientation de l'effecteur (consigne $\overrightarrow{X_P}$ donnée), il faut franchir une singularité pour passer d'une solution à une autre.

Q3.7 : A partir du modèle 3D, identifier une configuration singulière. Proposer un dispositif ou une stratégie de commande permettant d'éviter en pratique les singularités.

3-3 Suivi d'une trajectoire plane

On cherche ici à valider les performances géométriques et cinématiques du bras polyarticulé lors de la dépose d'un cordon.

On se donne une trajectoire plane rectangulaire ABCD pour le cordon, parallèle au sol et à une hauteur H_t, de longueur $AB = L_t$ (suivant $\overrightarrow{y_0}$) et de largeur $AD = l_t$ (suivant $\overrightarrow{x_0}$) comme illustré sur la Figure 10. Le socle du robot est positionné à une distance d_t de l'axe AB, de telle sorte que O_0 soit à égale distance des points A et B ; on a donc $\overrightarrow{O_0O_E} = d_t\overrightarrow{x_0} + H_t\overrightarrow{z_0}$ avec E le point milieu entre A et B.
Par la suite on prend $H_t = 0{,}4m$, $L_t =$ 2 m, $l_t =$ 0,5 m, et $d_t =$ 1,3 m.

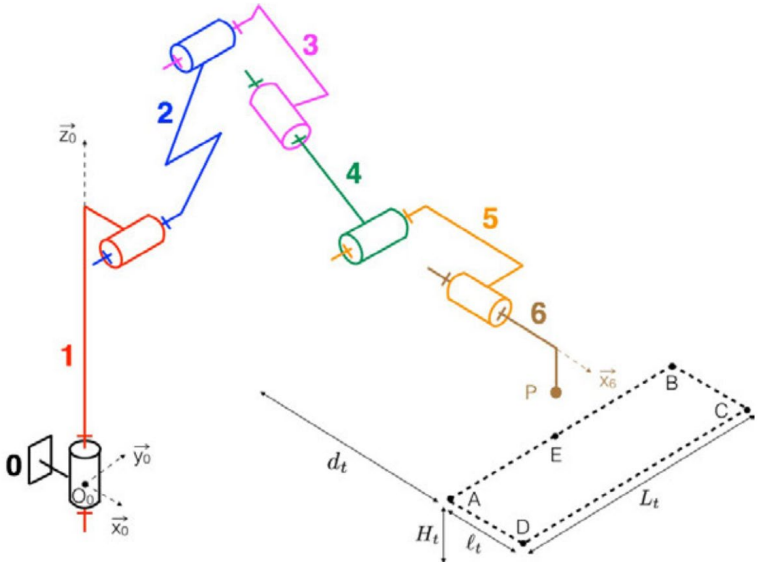


Figure 10 : définition de la trajectoire d'impression étudiée

On considère que tout au long de la trajectoire, $\theta_4 = \theta_6 = 0°$. On considère également que la tête reste verticale, c'est-à-dire que le système {5+6} reste parallèle au sol $(\overrightarrow{x_6}.\overrightarrow{z_0} = 0)$ .La configuration dans le plan (pour $\theta_1 = 0°$) est représentée sur la Figure 11 ; elle correspond à la position initiale d'impression du cordon.

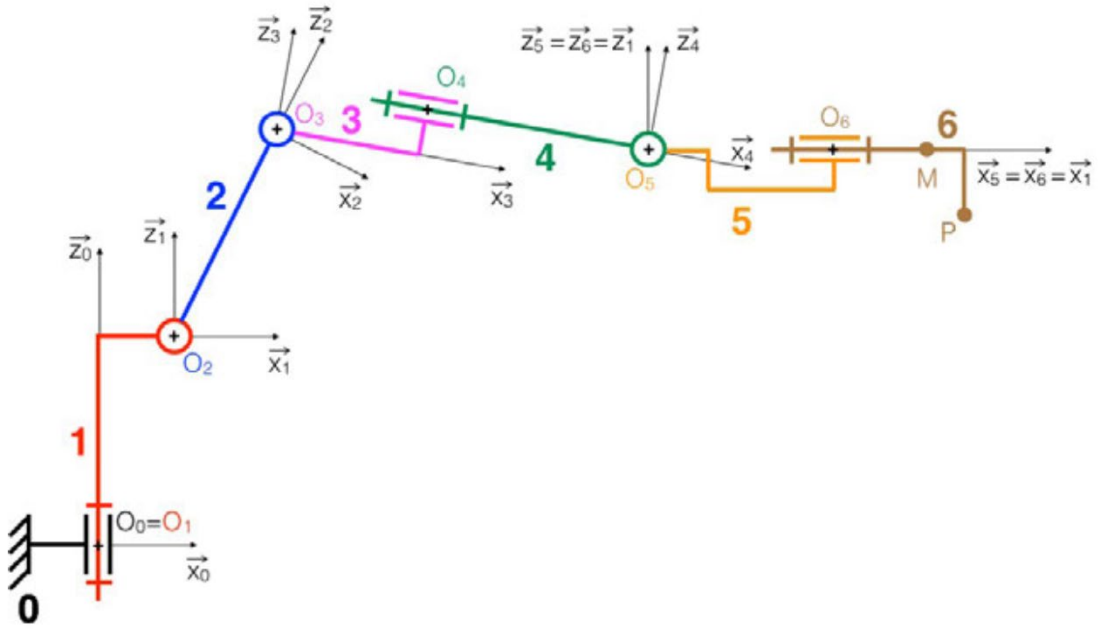


Figure 11 : configuration plane du robot dans la position initiale d'impression

Q3.8 : Par écriture du modèle géométrique direct, donner les deux relations entre les angles θ_2, θ_4 et θ_5 permettant d'assurer l'horizontalité de l'ensemble {5+6} d'une part, et le positionnement de la buse d'impression (point P) à la hauteur H_t constante d'autre part.

Q3.9 : Sur le document réponse DR2, représenter dans le plan $(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$ la configuration du robot dans sa position initiale, correspondant au positionnement de la buse au niveau du point E (points P et E confondus). On respectera l'échelle indiquée.

Q3.10 : Ecrire le système de deux équations permettant de déterminer les angles θ_2 et θ_3 dans la configuration initiale ; on pourra introduire les grandeurs $D_1 = H_t + c_P - c_1$et $D_2 = d_t - a_1 - a_5 - a_P$ Montrer qu'il aboutit à une relation de la forme $D_1 \cos\theta_2 + D_2 \sin\theta_2 = D_3$ et en déduire l'expression de θ_2 et θ_3 à partir des grandeurs géométriques connues et d'angles qu'on pourra introduire.

Lors du dépôt du cordon, le robot se déplace le long de la trajectoire en sens horaire (voir le document réponse DR3), à partir du point E et à une vitesse d'avance constante $V_0 = 0{,}1\ m/s$. Pendant le mouvement, seuls les axes 1, 2, 3 et 5 sont sollicités ($\theta_4 = \theta_6 = 0°$)

Q3.11 : Pour une position (x_P, y_P) sur la trajectoire plane, déterminer par un raisonnement graphique les expressions de θ_1 et de $\dot{\theta_1}$ (tracés à faire sur le document réponse DR3). Pour la seconde expression, on séparera le cas où P évolue de A à B (ou C à D) et celui où P évolue de B à C (ou D à A).

On donne sur la Figure 12 les évolutions des angles et vitesses angulaires sur les axes 1, 2, 3 et 5 sur la durée du parcours de la trajectoire (départ et retour au point E).

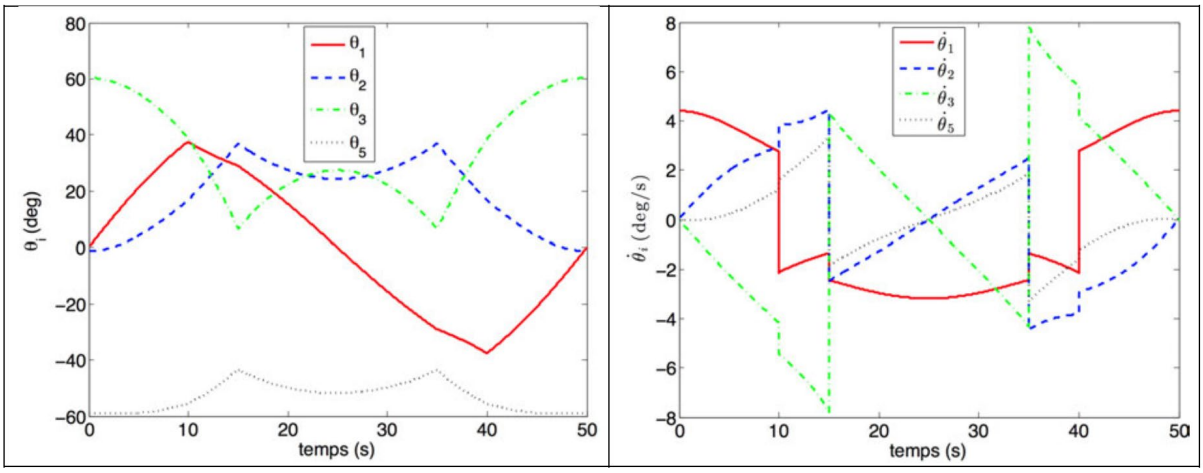


Figure 12 : évolution des angles θ_i et des vitesses angulaires $\dot{\theta}_i$ au cours de la trajectoire

Q3.12 : Conclure sur la capacité du robot à assurer cinématiquement la dépose du cordon.

3-4 Modèle dynamique du robot

L'exigence de productivité et de répétabilité entraîne des contraintes dynamiques importantes sur le robot, qui nécessitent un dimensionnement rigoureux.

On se place tout d'abord dans le cas général du modèle 3D. On reprend le modèle cinématique direct précédent, écrit sous la forme :

$$\dot{\overrightarrow{X_P}} = J(\vec{\theta})\dot{\vec{\theta}}$$

Tous les solides constituant le robot sont supposés homogènes.

Les caractéristiques dynamiques du robot sont regroupées par ensembles de solides dans l'Annexe C. Pour chaque ensemble i, on donne la masse, la position du centre de gravité et la matrice d'inertie dans la base locale $(\vec{x_i}, \vec{y_i}, \vec{z_i})$.

Q3.13 : Indiquer l'intérêt de positionner le centre de gravité de la tête $G_{tête}$ sur l'axe $(O_5, \vec{x_5})$.

Q3.14 : Déterminer la valeur de la position x_{G56t}, telle que $\overrightarrow{O_5G_{56t}} = x_{G56t}\vec{x_5}$, du centre de gravité G_{56t} de l'ensemble {5+6+tête}. Indiquer la forme de la matrice d'inertie

$I(G_{56t}, 56t) = \begin{pmatrix} A_{56t} & -D_{56t} & -E_{56t} \\ -D_{56t} & B_{56t} & -F_{56t} \\ -E_{56t} & -F_{56t} & C_{56t} \end{pmatrix}$ de cet ensemble au point G_{56t}

Q3.15: Justifier la forme diagonale, voire encore plus spécifique, des matrices d'inertie des ensembles 2, {3+4}, {5+6} et de la tête, ainsi que la forme non-diagonale de la matrice d'inertie de l'embase 1.

On note $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z, C_x, C_y, C_z)^T$ le vecteur des forces et moments exercés par l'extérieur sur l'organe terminal au point P, et $\vec{\Gamma} = (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6)^T$ le vecteur des couples exercés au niveau des 6 articulations.

Q3.16 : Donner l'expression générale de l'énergie cinétique d'un élément ..du système (aucun calcul n'est demandé), et montrer qualitativement que l'énergie cinétique globale du système peut se mettre sous la forme :

$$E_c = \frac{1}{2}\dot{\vec{\theta}}^T A(\vec{\theta})\dot{\vec{\theta}}$$

où $A(\vec{\theta})$ est une matrice dont on donnera la signification physique.

Q3.17 : Indiquer une démarche rapide permettant d'aboutir au modèle dynamique global de la forme :

$$A(\vec{\theta})\ddot{\vec{\theta}} + \vec{B}\left(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}}\right)\dot{\vec{\theta}} + \vec{C}(\vec{\theta}) = \vec{\Gamma}$$

qui décrit le comportement dynamique du mécanisme et permet d'avoir accès aux actions motrices dans les différentes articulations. On détaillera la démarche et on explicitera la signification physique de chaque terme de l'égalité (sans en faire le calcul).

On analyse à présent les effets dynamiques dans la configuration de la trajectoire plane étudiée précédemment (évolution de la tête d'impression dans un plan parallèle au sol, avec $\theta_4 = \theta_6 = 0°$).

Q3.18 : Déterminer les expressions des vecteurs vitesse $\vec{V}(G_{56t}, 56t/0)$et moment cinétique $\vec{\sigma}(G_{56t}, 56t/0)$dans la base la plus appropriée.

Q3.19 Par le principe fondamental de la dynamique, donner l'expression du couple C_5 et montrer qu'il est constant au cours de la trajectoire.

Par une approche similaire, on peut déterminer les couples C_1 , C_2 et C_3 délivrés dans les liaisons L1, L2 et L3.

Q3.20 Justifier que théoriquement le couple C_1 , est indépendant des effets de gravité.

Les évolutions temporelles (simulées via le modèle) de ces couples C_i , lors du parcours de la trajectoire sont représentées sur la Figure 13.

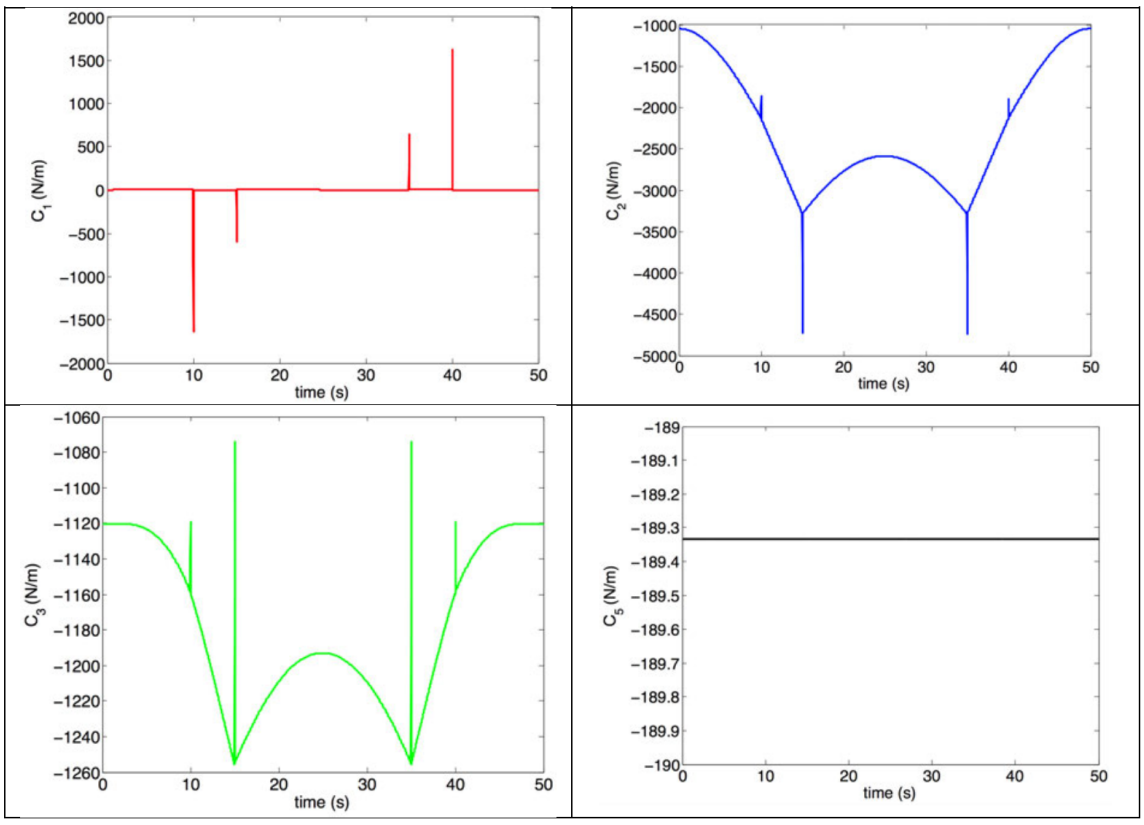


Figure 13 : évolutions temporelles simulées des couples C_i au cours de la trajectoire

Q3.21 : A la vue de ces évolutions, caractériser qualitativement l'impact des effets dynamiques dans une phase de trajectoire rectiligne.

Q3.22 : Indiquer l'origine des pics observés dans l'évolution des couples, et donner leurs valeurs théoriques. Indiquer les problèmes engendrés par ces pics et proposer une solution pour remédier à ces problèmes.

Q3.23 : Remettre en cause le modèle dynamique, en identifiant deux phénomènes physiques qui pourraient être pris en compte dans un modèle plus évolué.

3-5 Analyse de consommation énergétique

Dans cette partie, on analyse la consommation énergétique du robot lors du parcours de la trajectoire plane étudiée. La puissance P_i développée dans chaque liaison L_i, simulée en fonction du temps, est représentée sur la Figure 14.

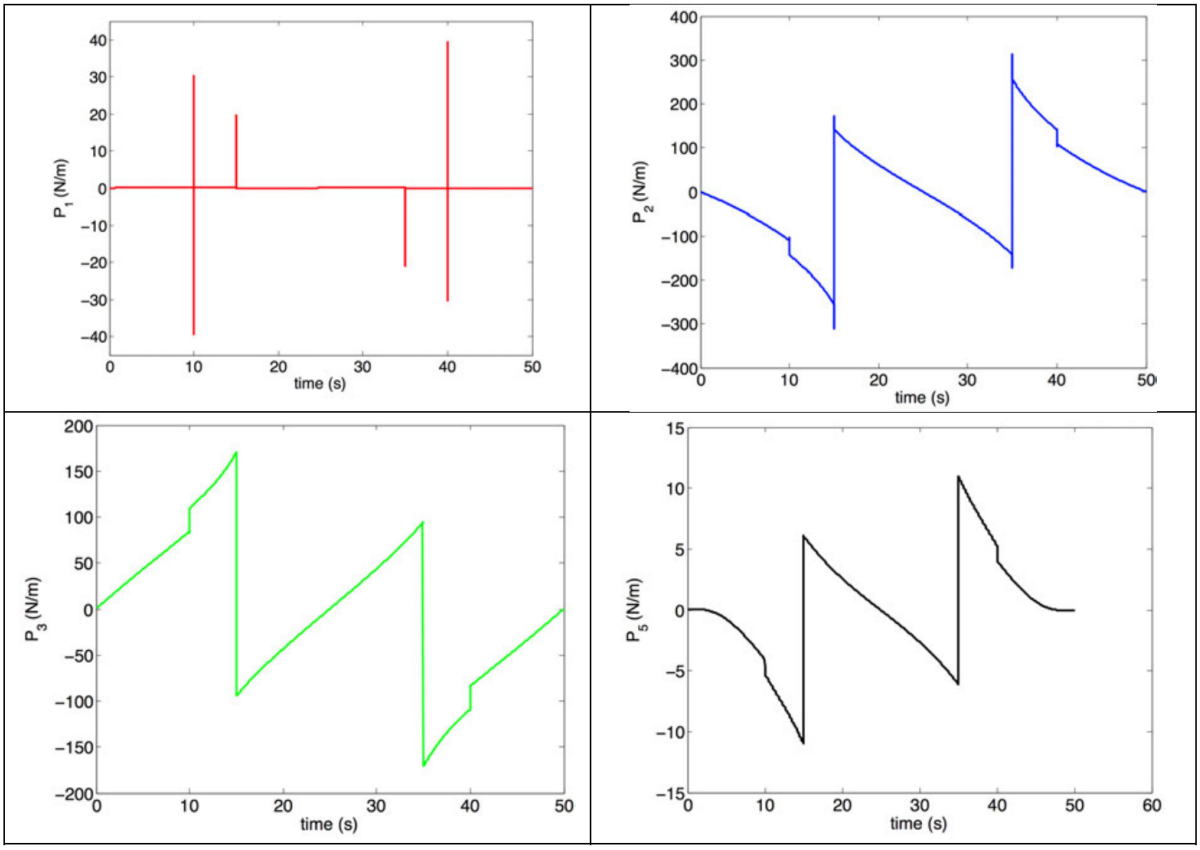


Figure 14 : évolutions temporelles des puissances P_i au cours de la trajectoire.

Q3.24 : Expliquer la puissance quasi-nulle développée par le moteur de la liaison L1, et la puissance négative, dans certaines zones, développée par le moteur de la liaison L3.

Afin d'optimiser le processus de fabrication, on regarde la consommation d'énergie en ne prenant en compte que les zones à puissance positive. L'analyse est faite pour différents positionnements longitudinaux du robot vis-à-vis du mur à concevoir. On conserve donc la même trajectoire rectangulaire, mais avec différentes valeurs de d_t.

Les énergies consommées E_i^+ calculées pour le moteur de chaque liaison Li sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

d_t (m)	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
E_1^+ (J)	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7
E_2^+ (J)	1543,8	1740,5	1922,6	2104,1	2305,4	2547,4
E_3^+ (J)	1397,7	1439,1	1489,4	1553,8	1637,6	1749,7
E_5^+ (J)	69,0	65,5	69,6	79,5	92,6	105,7
Total (J)	3011,8	3246,6	3483,1	3738,9	4037,2	4404,5

Q3.25 : Après avoir donné l'expression de l'énergie consommée E_i^+ dans la liaison Li pendant le parcours de la trajectoire (entre l'instant initial $t = 0$ et l'instant final $t = T$), commenter les résultats de consommation obtenus. Indiquer la source des différences constatées et conclure sur un positionnement optimal du robot.

PARTIE 4 : asservissement du robot

4.1 Asservissement en position

Lors de la fabrication de certains murs, pour des configurations de robot en extension, les structures imprimées peuvent présenter des oscillations (cf. Figure 15). On aimerait identifier la source de celles-ci.



Figure 15 : motif de vibration après un angle droit sur un mur

Considérons l'ensemble des articulations fixées sauf l'axe 1 qui peut tourner. Sur le mur imprimé, un motif de vibration est mesuré avec une période des oscillations verticales de l'ordre de 30mm (longueur d'onde). L'axe 1 impose une vitesse en bout de bras de 80 mm/s.

Q4.1 : Montrer que le bras oscille verticalement à une fréquence $f_b = 2{,}6Hz$

Considérons l'axe asservi autour d'une position horizontale. Les équations du moteur à courant continu sont :

$$J_{eq}\ddot{\theta_m} = C_m - C_{re}$$

$$U = e + Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$e = K_e\dot{\theta_m}$$

$$C_m = K_t i$$

θ_m est l'angle moteur, U la tension de commande, C_m le couple moteur et C_{re} le couple résistant.

Q4.2 : Transformer ces équations dans le domaine de Laplace en précisant les hypothèses nécessaires et proposer un schéma bloc (avec U et C_{re} en entrées et θ_m en sortie).

Q4.3 :Sur le document réponse DR4, compléter le schéma bloc de l'asservissement en position.

Q4.4 : Calculer la fonction de transfert donnant l'angle de sortie en fonction de l'angle de consigne et du couple résistant.

Q4.5 : En déduire l'erreur statique pour une consigne en échelon et une perturbation en échelon. Monter qu'elle est nulle avec un correcteur de type PID.

On remet en cause l'hypothèse de solide rigide et on suppose toute l'élasticité du système concentrée au niveau de l'axe 2, en aval du réducteur. Cela revient à introduire un oscillateur à un degré de liberté (on supposera l'arbre moteur fixe dans ce cas).

Q4.6 : Montrer que le système dynamique considéré s'écrit sous la forme

$$J\ddot{\theta}_{bras} = -k\theta_{bras}$$

Q4.7 : En déduire la pulsation propre du système. Comment joue chaque paramètre ?

Q4.8 : Identifier la raideur k introduite en fonction de l'inertie et de la fréquence observée f_b.

Dans la littérature, on peut trouver des valeurs de raideur de l'ordre de 100 daN.m/° pour des dispositifs similaires.

Q4.9 : Proposer un essai simple permettant de vérifier que cette raideur est correcte. Indiquer des moyens de chargement et de mesure adaptés.

4.2 Stratégie de commande dynamique

La génération et le suivi de trajectoire sont assurés par des logiciels de robotique développés par HAL Robotics.

En pratique, les robots industriels ont des configurations qui varient énormément engendrant des inerties très variables. Les stratégies d'asservissement doivent donc être adaptées. On se propose de se placer dans deux configurations simples différentes A (bras replié) et B (bras déployé) illustrées ci-dessous. Sur les figures associées à ces configurations, sont représentées en rouge des approximations des distributions des masses pour simplifier les calculs. L'inertie de la base rotative 1 autour de son axe est d'environ 35 kg.m2.

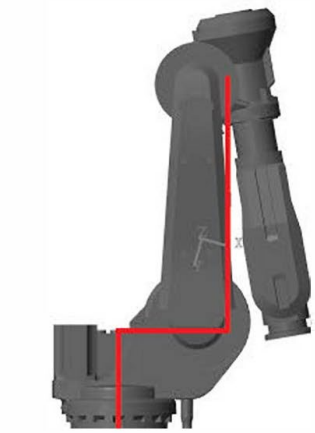


Figure 1 : Configuration A

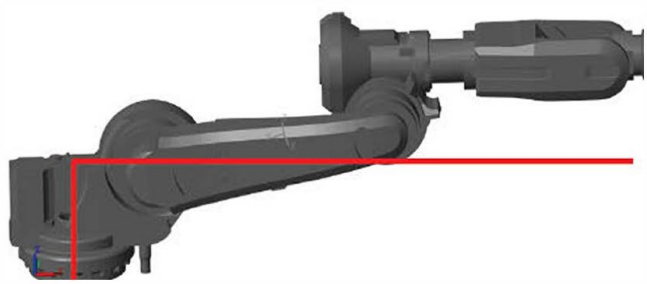


Figure 2 : Configuration B

La configuration A n'est pas celle qui minimise l'inertie autour de l'axe vertical.

Q4.10 : Proposer un schéma de la configuration minimisant l'inertie, le justifier sans calcul.

Q4.11 : Dans la configuration A, estimer grâce à un modèle simple l'inertie du système. Par exemple, le bras pourra être considéré comme une masse ponctuelle.

Q4.12 : Faire de même dans la configuration B. Pour cela, on pourra utiliser la formule donnant l'inertie d'une barre de longueur L et de masse m autour de son centre de gravité : $^{mL^2}/_{12}$.

Q4.13 : En introduisant le rapport de réduction de l'axe vertical 1 et une inertie du moteur de l'ordre de $J_{mot} = 10^{-2}\, kg.m^2$, donner l'expression de l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur.

Q4.14 : Dans les configurations A et B, calculer l'inertie équivalente et commenter. Les dimensions et masses sont données dans les Annexes B et C.

Supposons l'utilisation d'un correcteur de type PID, réglé sur la configuration A par exemple. Le schéma du document réponse DR4 pourra servir de support à la réflexion. On suppose que la motorisation se ramène à un système du premier ordre de constante de temps mécanique τ_m.

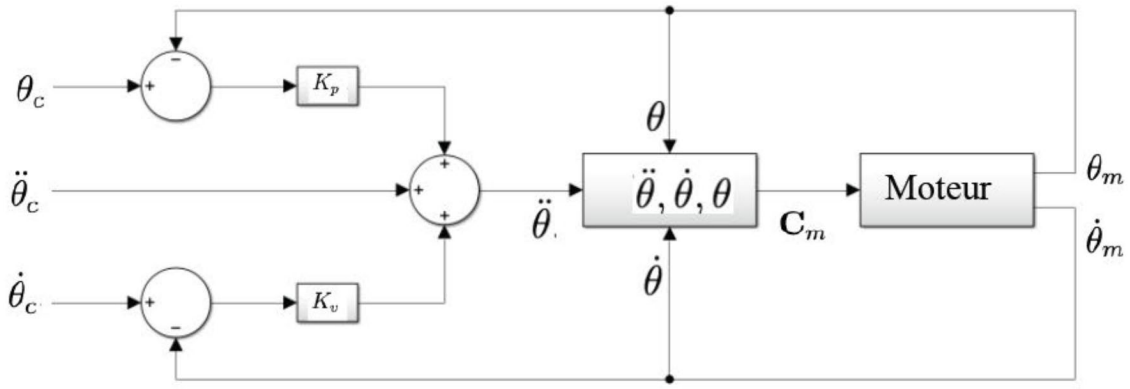
Q4.15 : Comment cette constante de temps varie avec l'inertie ? Comment le diagramme de Bode du système en boucle ouverte varie avec τ_m ?

Q4.16 : En déduire de manière qualitative l'effet théorique de se placer en configuration B sur la précision, la stabilité et la rapidité pour une réponse à un échelon de rotation autour de l'axe vertical.

Dans ce contexte, on met en place une commande dynamique dans laquelle le correcteur peut être modifié dynamiquement pendant l'exécution du mouvement par le robot. Pour cela, on considère que le système réel se met sous la forme :

$C_m = \Gamma(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta)$ avec $\Gamma(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta) = A(\theta)\ddot{\theta} + B(\theta, \dot{\theta}) + C(\theta)$

Cette équation sur cm est représentée au centre du schéma de commande suivant :



Q4.17 : Écrire l'équation de commande donnant C_m en fonction des consignes (rotation θ_c, vitesse $\dot{\theta_c}$, accélération $\ddot{\theta_c}$) et des rotations et vitesses mesurées ($\theta_m, \dot{\theta_m}$).

Supposons que le modèle est parfait, avec $C_m = \Gamma(\ddot{\theta}_m, \dot{\theta}_m, \theta_m)$; le robot se comporte alors comme le modèle.

Q4.18 : Montrer que l'erreur $\varepsilon = \theta_c - \theta_m$ respecte l'équation suivante :

$$\ddot{\varepsilon} + K_p\varepsilon + K_v\dot{\varepsilon} = 0$$

Donner la forme de la solution de cette équation.

Q4.19 : Quel est le rôle deK_v , K_p sur la forme de la solution ? En particulier montrer que K_v joue sur la rapidité du système.

PARTIE 5 : étude du dispositif de fixation de la tête d'impression

L'objectif de cette partie est de valider le dimensionnement du dispositif d'accouplement de la tête d'impression sur le robot.

En pratique, il est nécessaire de pouvoir installer ou désinstaller rapidement la tête d'impression sur le robot, afin d'éviter une durée d'indisponibilité trop longue en cas de changement de configuration. Pour cet objectif, la fixation rapide de la tête d'impression sur le robot est assurée par un module spécifique et automatique, appelé Quick-Change System (SWS) et commercialisé par SCHUNK, qui accroît la flexibilité du robot (Figure 16). Ce système consiste en un changeur **6** (Quick-Change master – SWK) monté de façon solidaire sur l'organe terminal du bras de robot, et une platine **7** (Quick-Change adapter – SWA) montée de façon solidaire sur la tête d'impression. Le changeur est inséré dans la platine et est guidé par deux pions d'indexage (mise en position relative) durant la procédure de verrouillage, avec une forte répétabilité et une grande précision. Le module a une masse de 2 kg, faible devant les actions mécaniques mises en jeu. Le dessin technique du système de verrouillage est donné dans l'Annexe E.

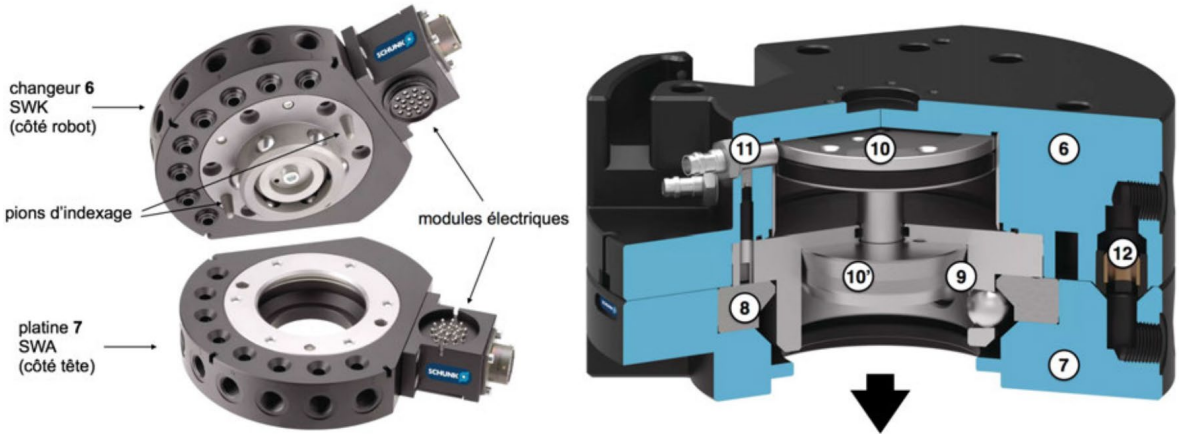


Figure 16 : architecture du dispositif de fixation rapide et automatique

Les deux parties **6** et **7** du module s'accouplent par l'intermédiaire d'un vérin double effet, dont le piston **10** est activé pneumatiquement (alimentation en air comprimé **12**), et d'un ensemble de six billes installées dans une cage. Pour cela, lorsque le vérin est alimenté dans sa chambre haute, la tête de piston **10'** se déplace vers le bas et pousse les billes **9** contre la butée de verrouillage **8** de la platine **7**. Un capteur **11** permet de vérifier la position bloquée.

La Figure 17 illustre le mécanisme de verrouillage. La tête de piston est munie d'une came spéciale en 3 portions : portions coniques **C1** et **C3**, et portion conique inversée **C2**. Au début de la phase de verrouillage, les billes sont en contact avec la première portion conique **C1** et les deux pièces **6** et **7** à assembler ne sont alors pas en contact (présence d'un espace **13** de quelques millimètres). A la fin de la phase de verrouillage, après que le piston se soit déplacé vers le bas et que les billes aient été poussées contre la butée de verrouillage, celles-ci sont en contact avec la troisième portion conique **C3** avec des forces de verrouillage importantes. La platine **7** est plaquée contre le changeur **6** et l'accouplement de ces deux pièces est alors effectif.

Pour séparer le changeur **6** de la platine **7**, il faut alimenter le vérin dans sa chambre basse pour que le piston remonte, libère les six billes qui peuvent alors rentrer dans la cage, et que le déverrouillage soit effectué.

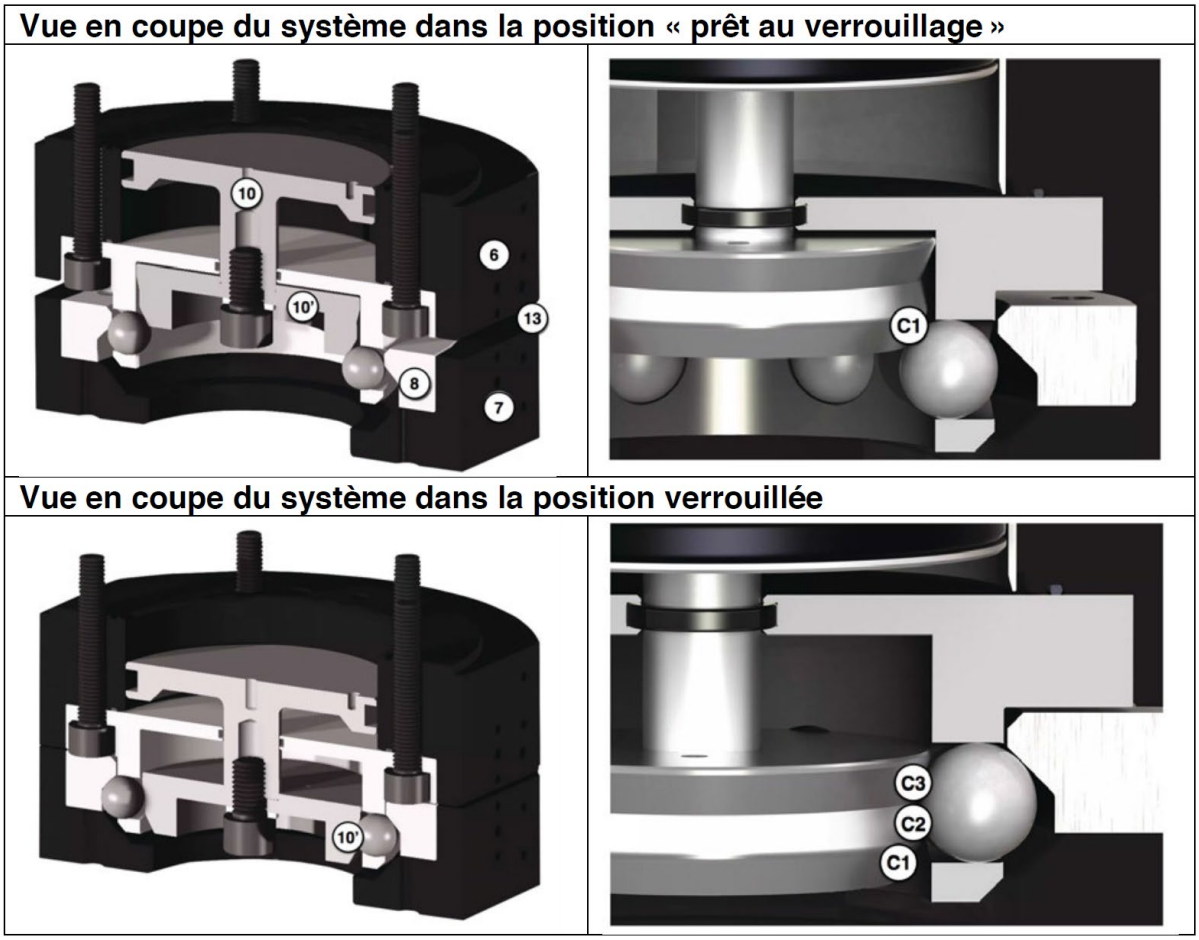


Figure 17 : fonctionnement du mécanisme de verrouillage

Q5.1 : Indiquer une technologie qui peut être utilisée pour les capteurs de verrouillage/déverrouillage utilisés sur le système.

5-1 Détermination des efforts de verrouillage

La Figure 18 propose un premier modèle du dispositif de verrouillage, représenté dans le plan.

Données et hypothèses :

- seules deux des six billes (notées 9a et 9d) sont représentées sur le schéma ;
- les effets de la pesanteur sont négligés pour les pièces du mécanisme ;
- toutes les liaisons sont considérées parfaites (pas de frottement notamment) ;
- les valeurs des angles décrivant la géométrie de la butée de verrouillage et de la portion conique **C3** du piston de verrouillage sont respectivement $\alpha = 62°$ et $\beta = 106°$;
- le diamètre du piston est $d_p = 80\ mm$ et celui de la tige est $d_t = 24\ mm$.

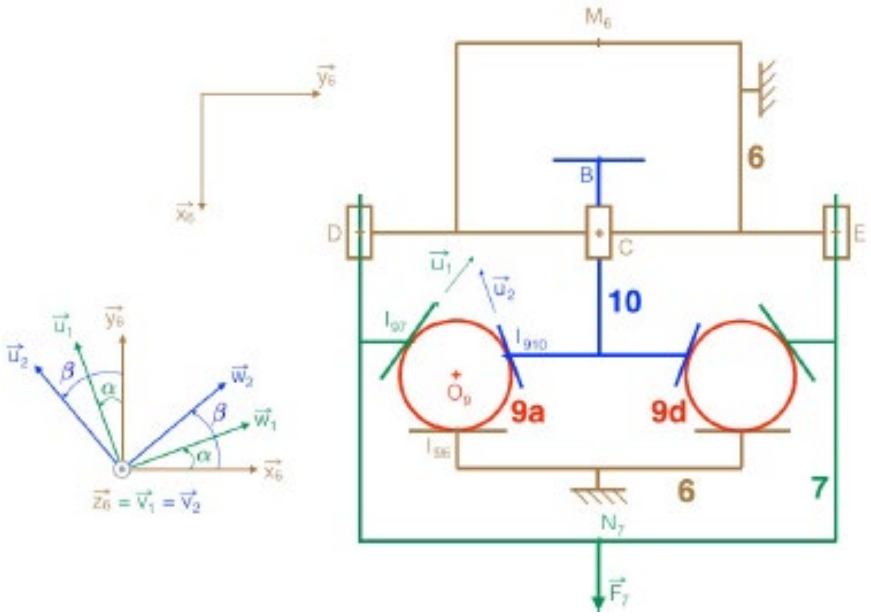


Figure 18 : schéma cinématique du dispositif de verrouillage (vue plane)

On modélise l'effort (d'arrachement) appliqué à la tête d'impression liée à la platine 7 par un torseur statique de la forme :

$$\left\{\begin{matrix} F_7\overrightarrow{x_6} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{N_7}$$

Q5.2 : Réaliser le graphe de liaisons du mécanisme, en faisant apparaître les actions mécaniques. On ne représentera qu'un seul dispositif à billes, celui lié à la bille **9a**, parmi les six identiques disposés en hexagone.

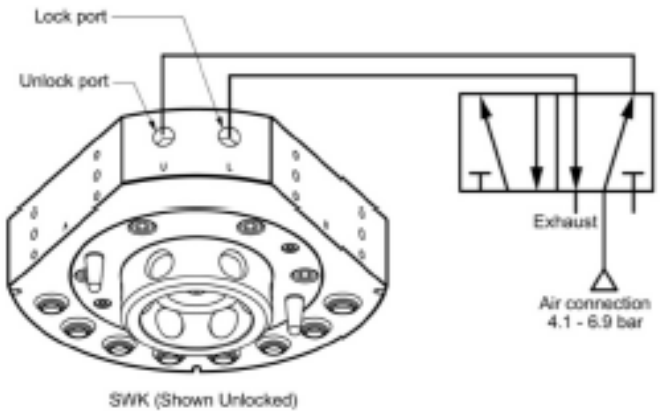
Q5.3 : Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle du mécanisme complet. En cas d'hyperstatisme, proposer des modifications à apporter pour diminuer voire annuler ce degré d'hyperstatisme.

On cherche à relier, à l'équilibre, l'effort F_7 à la pression p_p exercée sur le piston en position verrouillée.

Q5.4 : Expliquer la démarche à appliquer (isolements successifs, théorèmes et équations utilisés) pour déterminer l'expression de F_7 en fonction de p_p. Mettre en œuvre cette démarche et donner l'expression de F_7 en fonction de p_p et des grandeurs géométriques.

Q5.5 : Montrer que l'effort de la platine **7** sur la bille **9a** s'écrit $F_{79a} = kF_7$ où k est une grandeur à déterminer.

Q5.6 : Faire l'application numérique et conclure quant à la pression nécessaire pour maintenir la tête d'impression (soumise à son propre poids) sur l'organe terminal du robot considéré en position verticale descendante ($\overrightarrow{x_6} = -\overrightarrow{z_0}$). Indiquer si la gamme de pression est en accord avec le dimensionnement de l'architecture pneumatique prévue par le constructeur et indiquée sur la figure ci-dessous.



Dans la position verrouillée, un dispositif de sécurité doit en pratique permettre de maintenir le verrouillage même en l'absence d'effort externe (auto-blocage). Cela permet d'arrêter l'alimentation en air comprimé une fois le dispositif verrouillé.

Q5.7 : Imaginer un dispositif qui pourrait être ajouté pour maintenir, avec le modèle précédent, le verrouillage même lorsque le changeur n'est plus alimenté en air comprimé.

Le dispositif utilisé en réalité sur le système tire parti du profil particulier de la tête de piston. Il met en œuvre la portion C2 de la came présentant une conicité inversée. La nouvelle modélisation, intégrant cette portion, est décrite sur la Figure 19 ; lorsqu'un effort est appliqué sur la platine **7**, la bille **9a** vient en contact avec la tête de piston **10** en deux points distincts I'_{910}et I''_{910}.

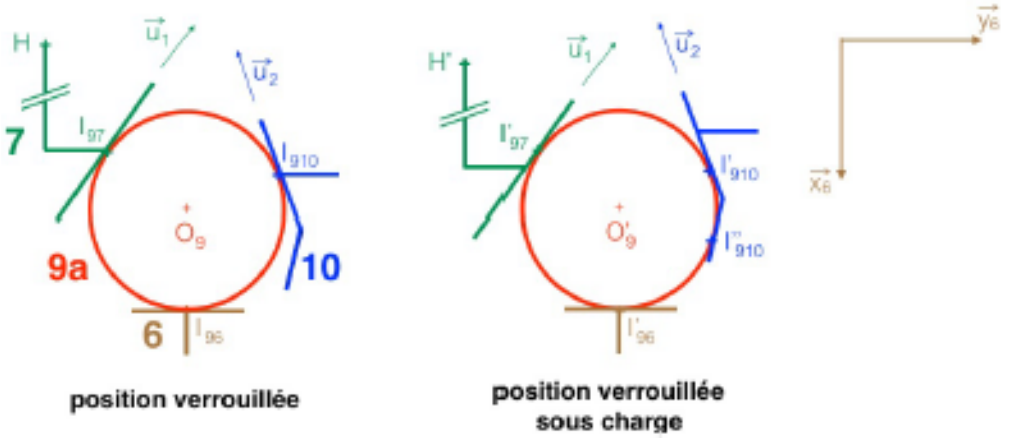


Figure 19 : modélisation au niveau du contact bille-piston pour le dispositif réel

On donne :

$\overrightarrow{I_{910}I'_{910}} = -a\overrightarrow{u_2}$

$\overrightarrow{I_{910}I''_{910}} = -b_{10}\overrightarrow{u_2} + c_{10}\overrightarrow{x_6}$

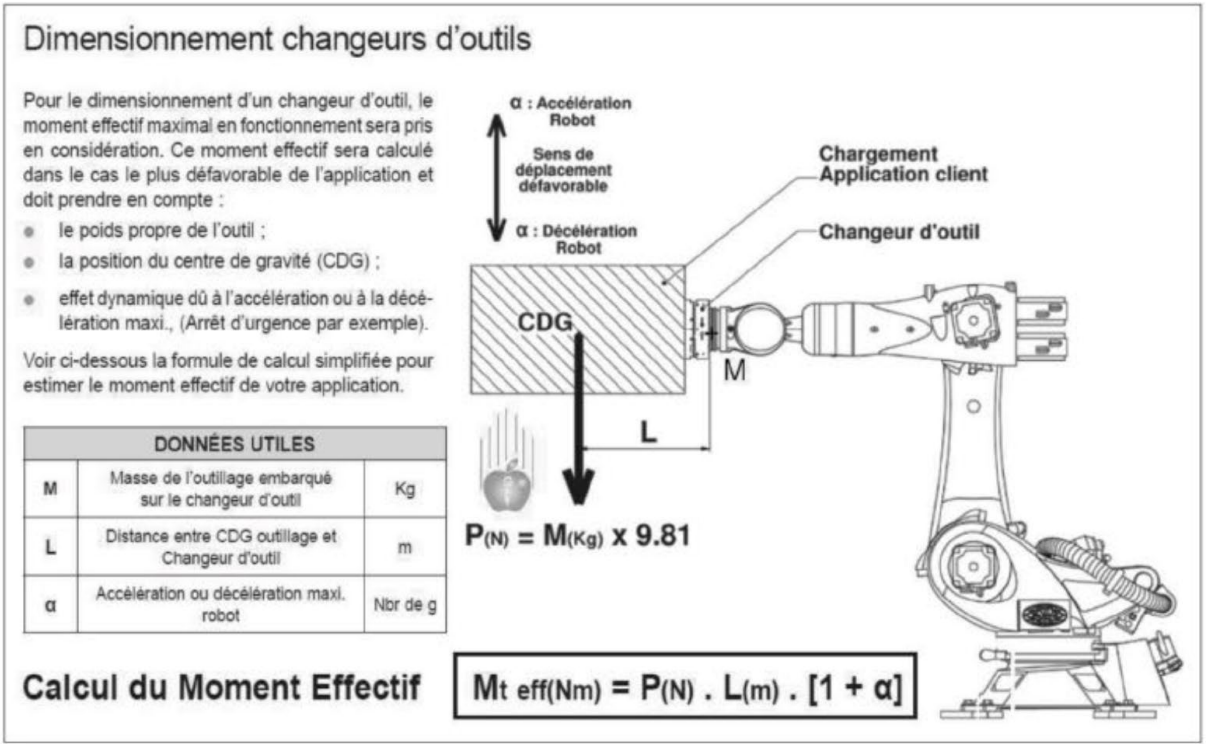
$a_{10} = c_{10} = 2mm$

$b_{10} = 3mm$

Q5.8 : Dans cette position, une augmentation de F_7 peut-elle provoquer le déverrouillage induit par la translation du piston **10** suivant -$\overrightarrow{x_6}$? Quelle est alors la valeur limite admissible pour F_7 ? Qu'est-ce qui pourrait remettre en cause cette valeur?

5-2 Analyse de la méthode de dimensionnement retenue par le constructeur

La procédure de dimensionnement du système de fixation (changeur d'outils) préconisée par le constructeur est indiquée ci-dessous.



Dimensionnement changeurs d'outils

Pour le dimensionnement d'un changeur d'outil, le moment effectif maximal en fonctionnement sera pris en considération. Ce moment effectif sera calculé dans le cas le plus défavorable de l'application et doit prendre en compte :

- le poids propre de l'outil ;
- la position du centre de gravité (CDG) ;
- effet dynamique dû à l'accélération ou à la décélération maxi., (Arrêt d'urgence par exemple).

Voir ci-dessous la formule de calcul simplifiée pour estimer le moment effectif de votre application.

DONNÉES UTILES		
M	Masse de l'outillage embarqué sur le changeur d'outil	Kg
L	Distance entre CDG outillage et Changeur d'outil	m
α	Accélération ou décélération maxi. robot	Nbr de g

Calcul du Moment Effectif $M_{t\,eff(Nm)} = P_{(N)} . L_{(m)} . [1 + \alpha]$

Q5.9 : Expliquer la démarche (théorème utilisé, inventaire des actions mécaniques extérieures, équations pertinentes) permettant d'obtenir la formule donnée pour le moment effectif. Pourquoi le constructeur préconise-t-il un dimensionnement en fonction du moment effectif et non de l'effort d'arrachement F_7 calculé précédemment?

Q5.10 : En tenant compte des dimensions du système de verrouillage données dans l'Annexe E, et en faisant un croquis du modèle adopté, estimer la valeur du moment en M autour de $\overrightarrow{y_6}$ correspondant à un effort de traction T. Est-elle en cohérence avec les capacités de chargement données dans la documentation du robot (Annexe D) ? Si non, expliquer les sources d'incohérence.

*** FIN DE L'EPREUVE***

Annexe A : caractéristiques techniques du système d'impression

Système de remplissage (xFEED)

Dimensions : 1600x800x1200 mm
Masse : 150 kg
Agitation tampon : capacité 90 L, vitesse de rotation 25-70 tr/min
Remplissage en béton : granulométrie max 3 mm, pression max 30 bars, débit max 11 L/min
Remplissage en mélange : pression max 3,4 bars, débit max 7,6 L/min
Connexion électrique : fréquence 50 Hz, voltage 230 V AC (monophasé), puissance active nominale 3,3 kW, puissance apparente 9,3 kVA



Tête d'impression (xHEAD)

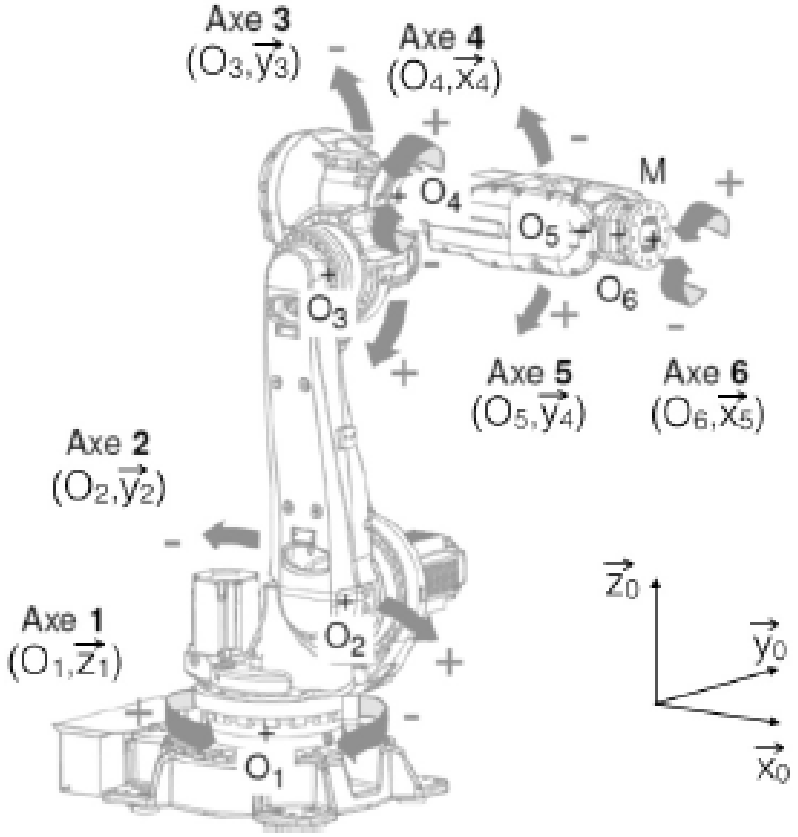
Dimensions : 1200x370x340 mm
Masse : 50 kg (+ 5 litres de béton)
Diamètre d'entrée : 25 mm, diamètre de sortie 15-30 mm
Dosage en béton : pression d'entrée max 24 bars, débit autorisé 0,2-7 L/min, couple nominal 36 N.m, granulométrie max 3 mm
Dosage en additif : pression d'entrée max 6 bars, débit autorisé 5,3-120 mL/min
Mélange : vitesse de rotation max 400 tr/min, couple nominal 24 N.m
Connexion électrique : fréquence 50 Hz, voltage 230 V AC (monophasé), puissance active nominale 2,5 kW, puissance apparente 4,6 kVA



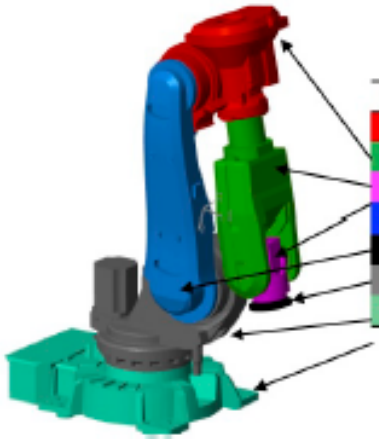
Annexe B : caractéristiques du robot ABB IRB 6620

Nombre d'axes : 6
Masse : 900 kg
Charge utile : 150 kg
Portée : 2200 mm
Répétabilité : +/- 0.03 mm

Paramétrage (définition des axes)

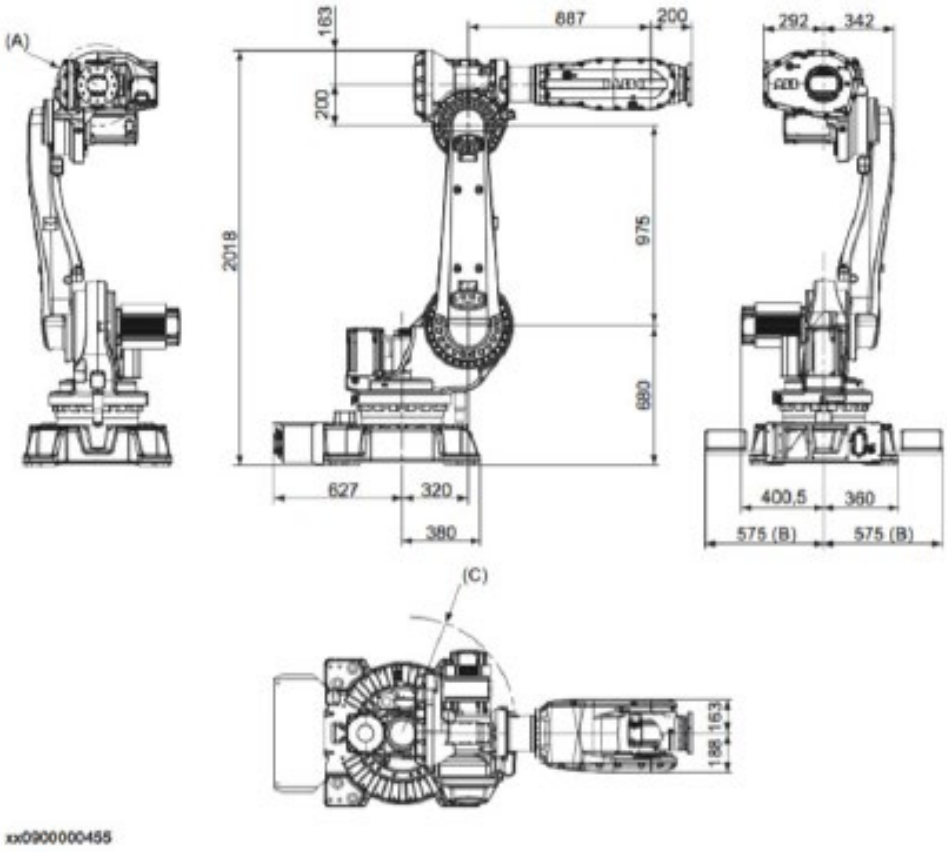


Caractéristiques massiques



Pièce	Masse estimée (kg)
Avant-bras 3	122
Poignet 4	124
Organe intermédiaire 5	48
Bras 2	117
Organe terminal 6	7
Embase 1	234
Socle 0	280

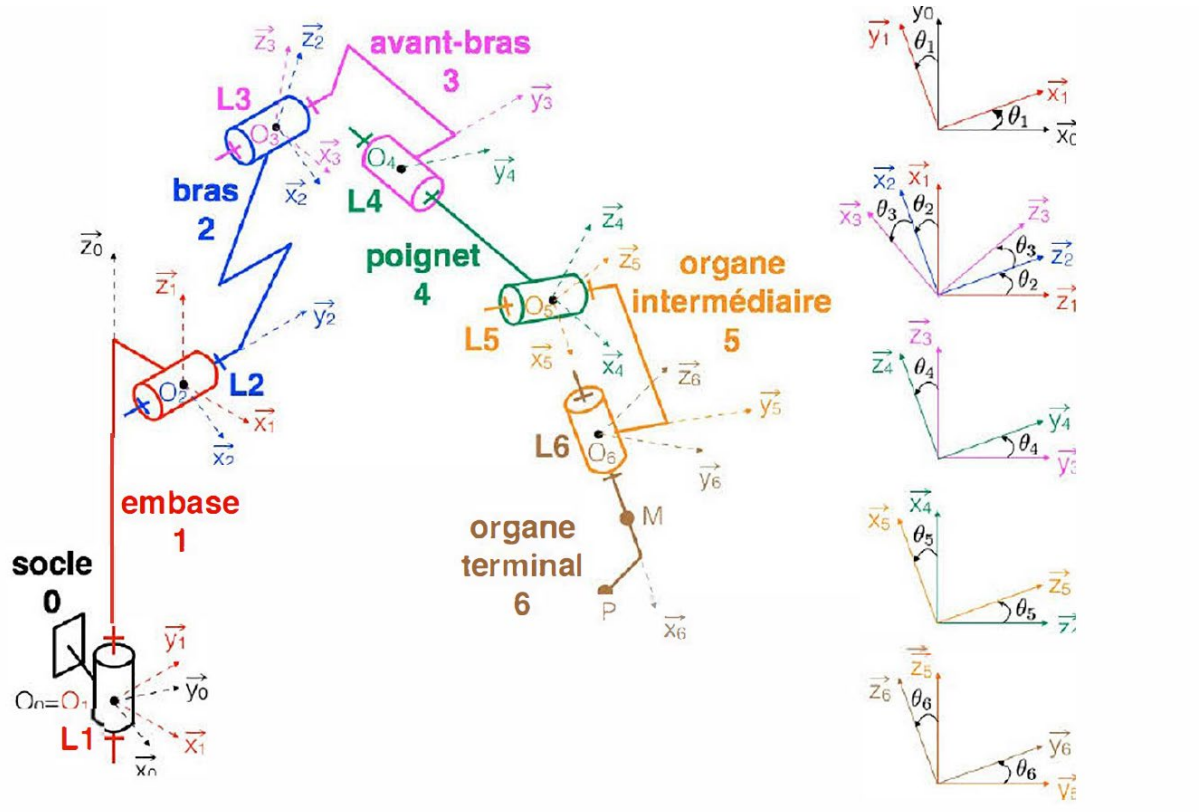
Dimensions générales du robot (source :ABB)



Rep	Description
A	R 199 mm pour le mouvement du poignet
B	Largeur de l'élévateur à fourches : 1150 mm
C	R 568 mm pour le moteur de l'axe 2

Annexe C : Modèle du robot

Schéma cinématique spatial



Paramétrage et données géométriques

Axes	Paramétrage	Zone de travail	Vitesse max
Axe **1** (rotation embase)	$(O_1, \overrightarrow{z_1})$	-170° à + 170°	100°/s
Axe **2** (rotation bras 2)	$(O_2, \overrightarrow{y_2})$	-65° à +140°	90°/s
Axe **3** (rotation avant-bras 3)	$(O_3, \overrightarrow{y_3})$	-180° à +70°	90°/s
Axe **4** (rotation poignet)	$(O_4, \overrightarrow{x_4})$	-300° à +300°	150°/s
Axe **5** (inclinaison tête)	$(O_5, \overrightarrow{y_5})$	-130° à +130°	120°/s
Axe **6** (rotation tête)	$(O_6, \overrightarrow{x_6})$	-300° à +300°	190°/s

$\overrightarrow{O_0O_2} = a_1\overrightarrow{x_1} + c_1\overrightarrow{z_1}$
$\overrightarrow{O_2O_3} = c_2\overrightarrow{z_2}$
$\overrightarrow{O_3O_4} = a_3\overrightarrow{x_3} + c_3\overrightarrow{z_3}$
$\overrightarrow{O_4O_5} = a_4\overrightarrow{x_4}$
$\overrightarrow{O_5O_6} = a_5\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{O_6M} = a_M\overrightarrow{x_6}$
$\overrightarrow{O_6P} = a_P\overrightarrow{x_6} - c_P\overrightarrow{z_6}$
On donne:

$a1 = 320\,mm\,;\ c1 = 680\,mm\,;\ c2 = 975\,mm\,;\ a3 + a4 = 887\,mm$

$c3 = 200\,mm\,;\ as + aM = 200\,mm\,;\ as + ap = 370\,mm\,;\ cp = 600\,mm$

Paramétrage et données dynamiques

- **Embase 1**

$m_1 = 234kg$
$\overrightarrow{O_1G_1} = x_{G1}\overrightarrow{x_1} + y_{G1}\overrightarrow{y_1} + z_{G1}\overrightarrow{z_1}$
$x_{G1} = 149mm, y_{G1} = -33mm, z_{G1} = 299mm$

$$I(G_1,1) = \begin{pmatrix} A_1 & -D_1 & -E_1 \\ -D_1 & B_1 & -F_1 \\ -E_1 & -F_1 & C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,9 & -0,6 & -6,7 \\ -0,6 & 5,2 & -3 \\ -6,7 & -3 & 11,7 \end{pmatrix} kg.m^2$$

- **Bras 2**

$m_2 = 117kg$
$\overrightarrow{O_2G_2} = y_{G2}\overrightarrow{y_2} + z_{G2}\overrightarrow{z_2}$
$y_{G2} = 93mm, z_{G2} = 418mm$

$$I(G_2,2) = \begin{pmatrix} A_2 & -D_2 & -E_2 \\ -D_2 & B_2 & -F_2 \\ -E_2 & -F_2 & C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,4 & 0 & 0 \\ 0 & 11,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9 \end{pmatrix} kg.m^2$$

- **Avant-bras 3 + Poignet 4 :**

$m_{34} = 246kg$
$\overrightarrow{O_3G_{34}} = x_{G34}\overrightarrow{x_3} + z_{G34}\overrightarrow{z_3}$
$x_{G34} = 210mm, z_{G34} = 152mm$

$$I(G_{34},34) = \begin{pmatrix} A_{34} & -D_{34} & -E_{34} \\ -D_{34} & B_{34} & -F_{34} \\ -E_{34} & -F_{34} & C_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,8 & 0 & 0 \\ 0 & 33 & 0 \\ 0 & 0 & 31,2 \end{pmatrix} kg.m^2$$

- **Organe intermédiaire 5 + Organe terminal 6 (sans tête) :**

$m_{56} = 55kg$
$\overrightarrow{O_{56}G_{56}} = x_{G56}\overrightarrow{x_5}$
$x_{G56} = 100mm,$

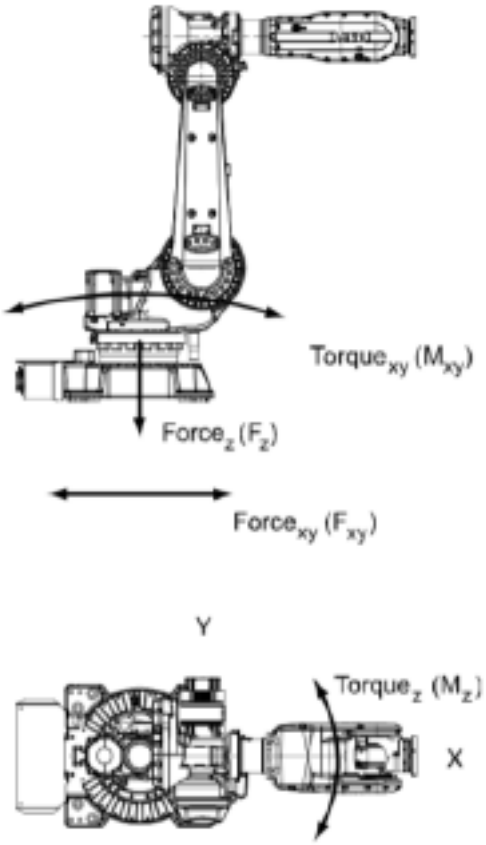
$$I(G_{56},56) = \begin{pmatrix} A_{56} & -D_{56} & -E_{56} \\ -D_{56} & B_{56} & -F_{56} \\ -E_{56} & -F_{56} & C_{56} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 1,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1,9 \end{pmatrix} kg.m^2$$

- **Tête d'impression (solidaire de l'ensemble 5+6) :**

$m_{tête} = 50kg$
$\overrightarrow{O_5G_{tête}} = x_{Gtête}\overrightarrow{x_5}$
$x_{Gtête} = 370mm$

$$I(G_{tête},tête) = \begin{pmatrix} A_{tête} & -D_{tête} & -E_{tête} \\ -D_{tête} & B_{tête} & -F_{tête} \\ -E_{tête} & -F_{tête} & C_{tête} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10,8 & 0 & 0 \\ 0 & 10,8 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 \end{pmatrix} kg.m^2$$

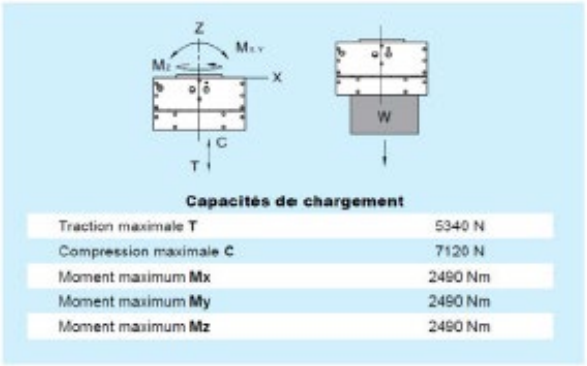
Annexe D : Capacité de charge du robot (source : ABB)



Charge admissible sur l'embase (robot monté sur le sol)

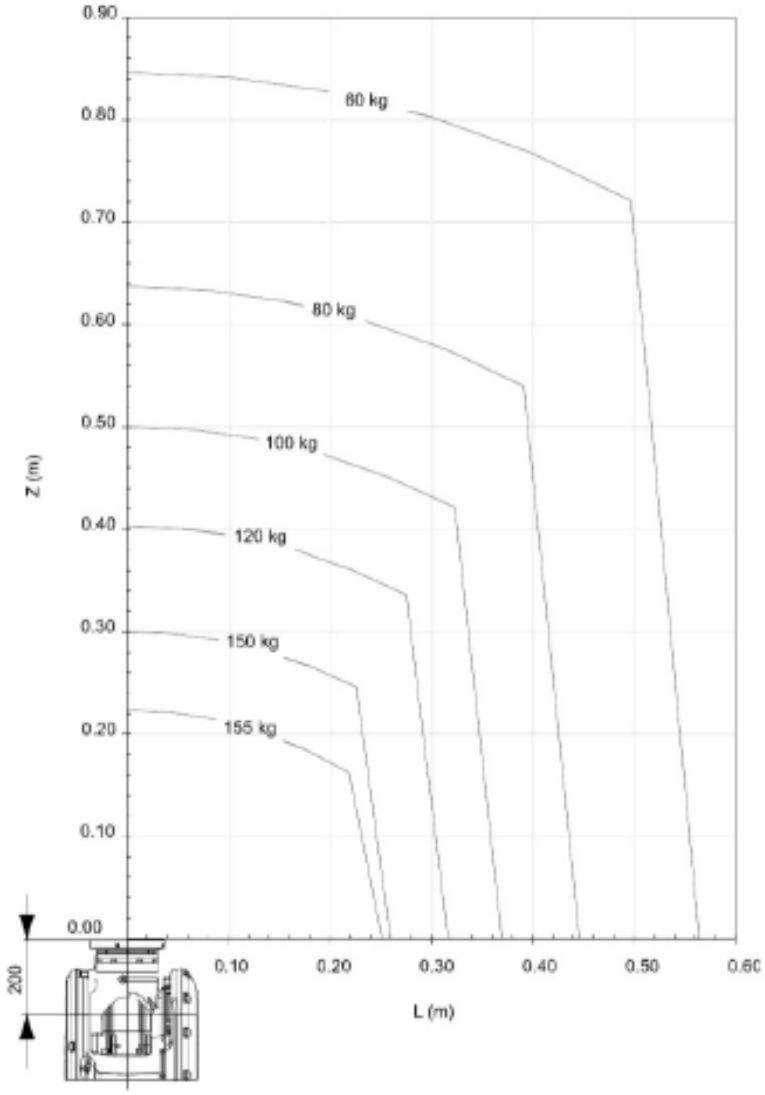
Force	Charge d'endurance (en fonctionnement)	Charge max. (arrêt d'urgence)
Force xy	± 7.3 kN	± 15.5 kN
Force z	11.0 ±2.0 kN	11.0 ±3.7 kN
Couple xy	± 18.0 kNm	± 37.2 kNm
Couple z	± 4.4 kNm	± 10.4 kNm

Charge admissible en bout de bras (fixation de l'effecteur)



Capacités de chargement	
Traction maximale **T**	5340 N
Compression maximale **C**	7120 N
Moment maximum **Mx**	2490 Nm
Moment maximum **My**	2490 Nm
Moment maximum **Mz**	2490 Nm

Diagramme des capacités de charge

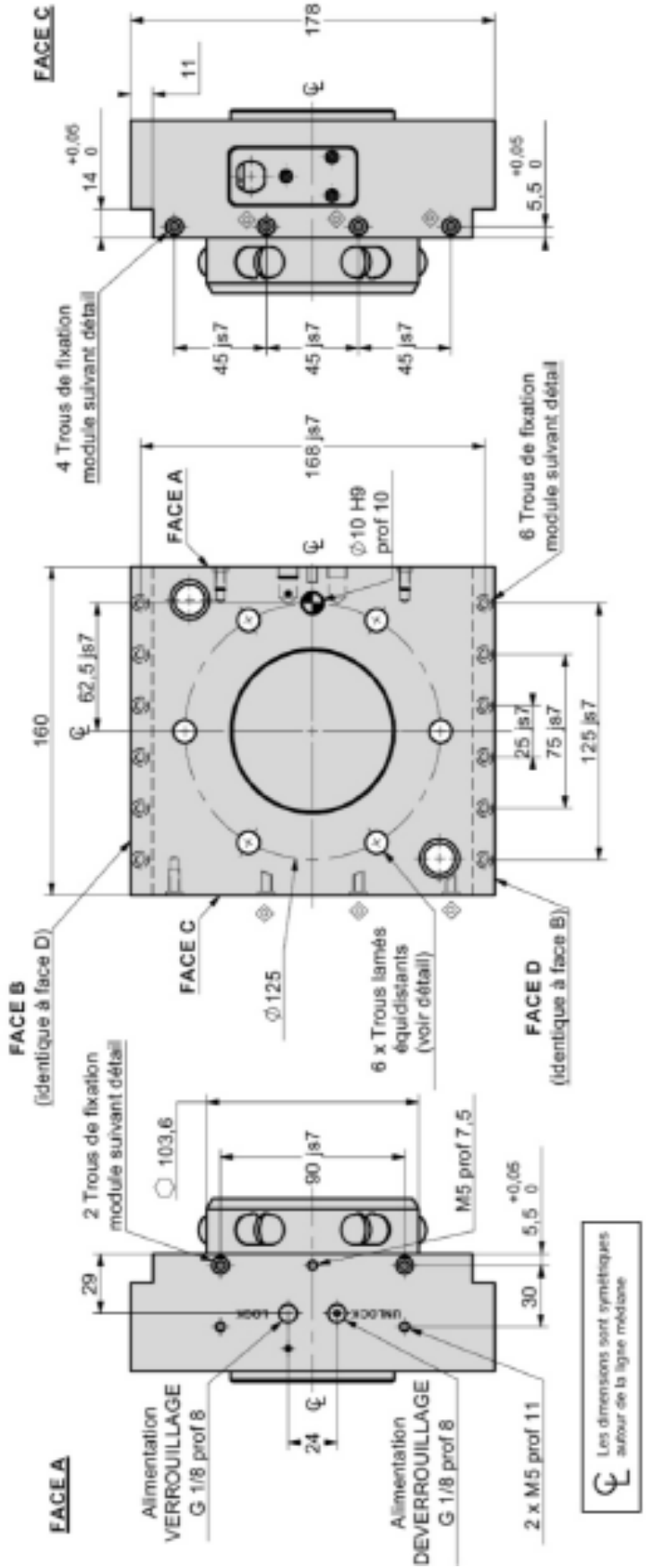


Sur ce schéma, Z et L représentent les coordonnées du centre de gravité de la charge portée par le robot dans le repère (M,z,x).

Le point M, extrémité du robot, est situé aux coordonnées (0,0) sur le diagramme des charges.

Type de robot	Couple de poignet max., axes 4 et 5	Couple de poignet max., axe 6	Couple max. valide en charge
IRB 6620 - 150/2,20	736 Nm	383 Nm	150 kg

Annexe E : Dessin technique du système de verrouillage



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Description des fluides : statique, cinématique et viscosité
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi