Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2026, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : analyse de trois effecteurs
- Partie 2 : étude des dispositifs de fixation
- Partie 3 : analyse géométrique et cinématique du robot
- Partie 4 : contrôle en vitesse de l'actionneur
- Partie 5 : analyse dynamique du robot et dimensionnement des actionneurs
- Partie 6 : commande du frein de sécurité

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Les documents réponse, à compléter sur la copie, ne figurent pas dans cette version du sujet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2026/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ECOLES NORMALES SUPERIEURES
ECOLE POLYTECHNIQUE

CONCOURS D'ADMISSION 2026

MARDI 14 AVRIL 2026
08h00 - 13h00

FILIERE PSI - Epreuve n° 3

SCIENCES INDUSTRIELLES (XSR)

Durée : 5 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

Systèmes à base de robots polyarticulés

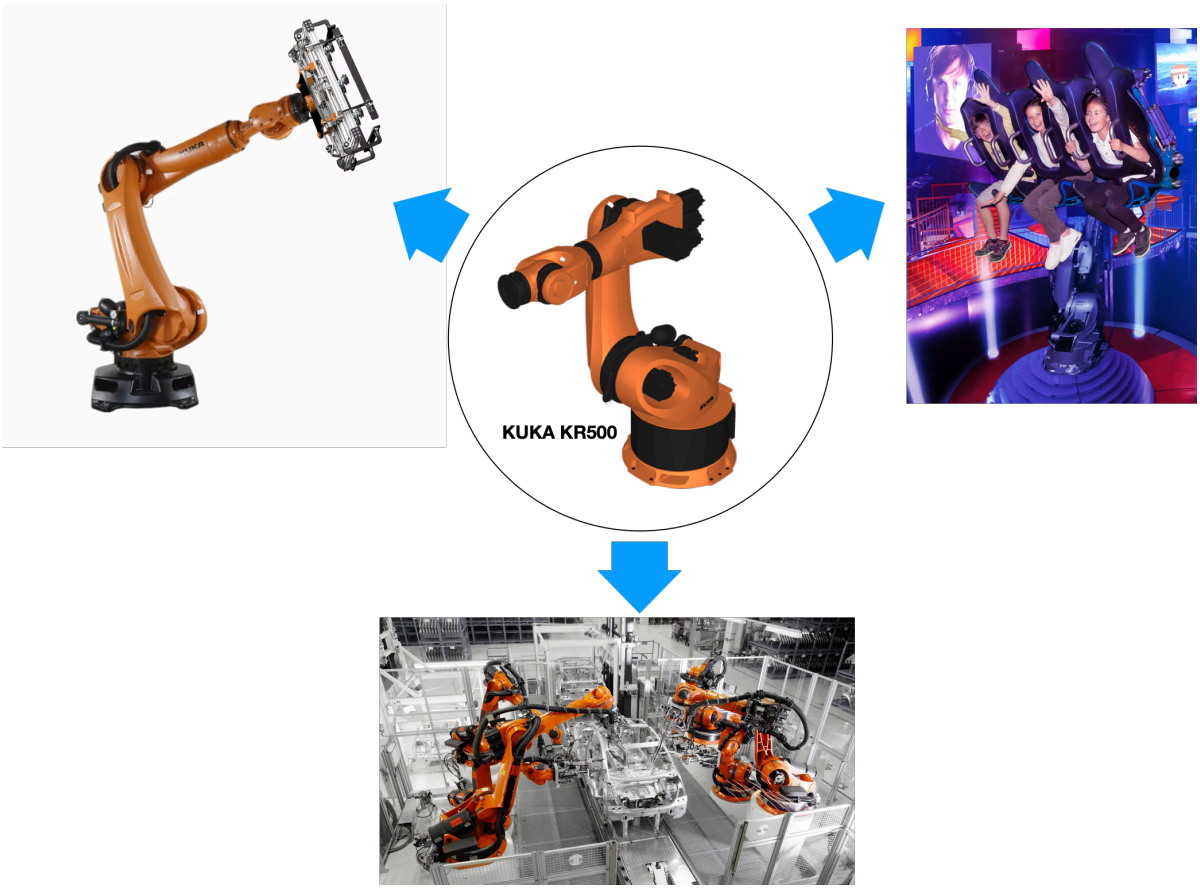


Le sujet est composé :
- d'un livret décrivant les systèmes étudiés ainsi que le travail demandé (pages 1 à 42). Des annexes (de A à F) sont présentes à la fin du livret ;
- de documents réponse à joindre obligatoirement à la copie (numérotés de 1 à 2).

Il est recommandé au candidat :
- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler sur sa copie le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et rédiger clairement ses réponses ;
- de numéroter soigneusement les pages de sa copie.

Présentation

Les robots polyarticulés sont aujourd'hui utilisés dans divers systèmes mécaniques avancés et pour de multiples applications. Leur précision et efficacité, ainsi que leur grande flexibilité et polyvalence, les rendent idéaux pour réaliser des tâches variées, répétitives et complexes telles que l'assemblage précis de composants ou la manipulation de charges lourdes. On retrouve ainsi de tels systèmes dans différents secteurs industriels (automobile, spatial, agro-alimentaire, logistique, etc.).



Un système conçu à partir d'un robot polyarticulé consiste en une machine programmable et structurée en plusieurs sous-systèmes reliés par des joints rotatifs (articulations) qui permettent d'effectuer des mouvements dans plusieurs directions. Il est aussi doté de divers capteurs qui aident à effectuer les tâches, et d'un centre de contrôle qui traite les données des capteurs et pilote les mouvements de manière automatisée.

L'objectif global de l'étude est d'analyser et de valider certaines performances des systèmes à base de robots polyarticulés. On se concentre ici sur le robot polyarticulé de type KUKA KR 500 dont la hauteur peut atteindre presque 7 m et dont l'architecture globale est donnée dans l'Annexe A. Le robot est constitué d'une embase mobile en rotation autour d'un axe vertical par rapport à un socle (bâti) encastré au sol, sur laquelle est monté un ensemble d'autres composants (épaule, bras, avant-bras, poignet, élément terminal recevant l'effecteur) reliés entre eux dans une chaîne ouverte. Cette architecture permet des rotations indépendantes autour de 6 axes. À l'extrémité du robot, sur l'élément terminal, plusieurs types d'effecteurs peuvent être

fixés. Par simplification, l'ensemble {élément terminal + effecteur} sera appelé « effecteur » par la suite, à l'exception de quelques questions des parties 1 et 2.

L'étude est centrée sur les éléments et spécificités du système suivants :

- **Partie 1 :** Effecteurs utilisés au bout du robot
- **Partie 2 :** Dispositifs de fixation du robot et des effecteurs
- **Partie 3 :** Géométrie et cinématique du robot
- **Partie 4 :** Contrôle en vitesse des actionneurs
- **Partie 5 :** Dynamique du robot liée au dimensionnement des actionneurs
- **Partie 6 :** Système de freinage et de blocage des articulations du robot

Les différentes parties du sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins, il est recommandé de les traiter dans l'ordre proposé afin de s'approprier correctement le sujet et de tenir compte des différentes remarques et notations.

PARTIE 1 : Analyse de trois effecteurs

L'objectif de cette partie est de valider les exigences relatives à des familles d'effecteurs qui peuvent être installés à l'extrémité du robot, en fonction de l'utilisation globale du système polyarticulé.

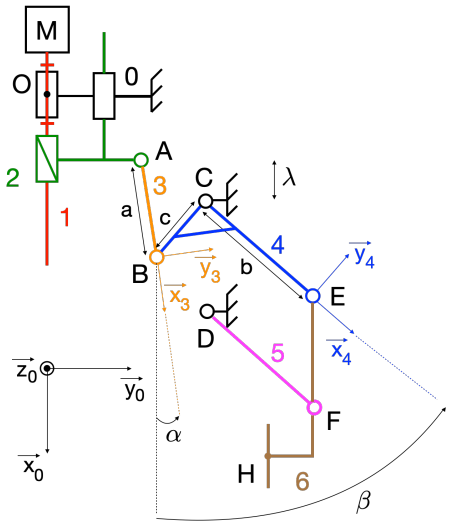
1.1 Effecteur 1 : pince de préhension

De nombreux systèmes à base de robot polyarticulé sont utilisés pour la préhension et le déplacement d'objet. Pour cela, une pince de préhension permet de saisir l'objet entre deux mâchoires. On étudie ici un tel effecteur à partir de la modélisation cinématique donnée ci-dessous. Par symétrie par rapport à un plan $(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{z_0})$, seule une moitié de pince est étudiée, et le problème est considéré plan. Le modèle fait intervenir :

- L'élément terminal du robot, considéré comme le bâti **0**, sur lequel la pince est fixée ;
- Une vis **1** en liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$ avec le bâti **0**, entrainée en rotation par un motoréducteur ;
- Un écrou **2** en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_0}$ avec le bâti **0** et en liaison hélicoïdale d'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$ avec la vis **1** ;
- Une biellette **3** en liaison pivot d'axe $(A,\overrightarrow{z_0})$ avec l'écrou **2** ;
- Une équerre **4** (pièce de renvoi orthogonal) en liaison pivot d'axe $(B,\overrightarrow{z_0})$ avec la biellette **3** et en liaison pivot d'axe $(C,\overrightarrow{z_0})$ avec le bâti **0** ;
- Une barre **5** en liaison pivot d'axe $(D,\overrightarrow{z_0})$ avec le bâti **0** ;
- Une mâchoire **6** en liaison pivot d'axe $(E,\overrightarrow{z_0})$ avec l'équerre **4** et en liaison pivot d'axe $(F,\overrightarrow{z_0})$ avec la barre **5**.

La rotation du motoréducteur entraîne en translation l'écrou qui, par l'intermédiaire de la biellette, transmet le mouvement à l'équerre puis à la mâchoire.





Dans le plan d'étude, on introduit les repères $(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0})$, $(A,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3})$ et $(C,\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4})$ liés respectivement aux solides **0**, **3** et **4**, et on note :
$\lambda = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{x_0}$; $\overrightarrow{AB} = a\overrightarrow{x_3}$; $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DF} = b\overrightarrow{x_4}$; $\overrightarrow{BC} = c\overrightarrow{y_4}$; $\overrightarrow{CD} = h\overrightarrow{x_0}$; $\overrightarrow{EH} = d\overrightarrow{x_0} - e\overrightarrow{y_0}$
$\alpha = (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_3})$; $\beta = (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_4})$
On suppose de plus que les liaisons sont parfaites.

Question 1.1 : Exprimer les vitesses $\vec{V}(E,4/0)$ et $\vec{V}(F,5/0)$ en fonction de $\dot{\beta}$ et des paramètres géométriques. En déduire le torseur cinématique du mouvement de la mâchoire **6** par rapport au bâti **0** au point H, ainsi que la nature de ce mouvement.

On se place au voisinage de la position fermée de la pince, caractérisée par $\alpha = 0°$, $\beta = \beta_0$ et $\lambda = \lambda_0$.

Question 1.2 : Déterminer la relation entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\beta}$ au voisinage de cette position fermée.

La vitesse de rotation en sortie du motoréducteur est notée ω_m et le pas de la vis est noté p_v. Une contrainte du cahier des charges fonctionnel est que la vitesse de fermeture horizontale V_f de la pince au point de contact H doit à tout instant rester inférieure à une valeur V_{f0} (de l'ordre de quelques cm/s en pratique).

Question 1.3 : En linéarisant autour de la position fermée précédente, déterminer la loi entrée-sortie reliant ω_m et V_f. En déduire l'expression de la vitesse de rotation limite en sortie du motoréducteur pour satisfaire la contrainte précédente.

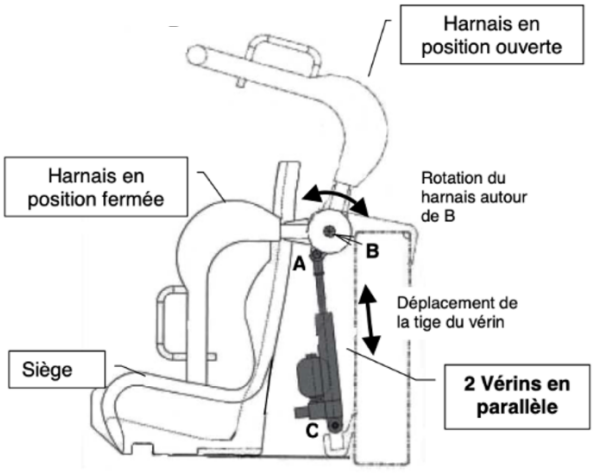
On suppose que la pince doit saisir et déplacer un objet de masse m (de l'ordre de quelques kg). On note f le coefficient de frottement à l'interface entre cet objet et la mâchoire de la pince.

Question 1.4 : Décrire la démarche permettant de définir le couple du motoréducteur de la pince nécessaire pour effectuer avec succès la tâche de saisie et déplacement de l'objet. On précisera les hypothèses faites, les divers isolements effectués et les principes utilisés. Aucun développement (formule, calcul) n'est demandé ici.

1.2 Effecteur 2 : nacelle d'attraction

L'attraction *Danse avec les robots* du parc du Futuroscope allie sensations fortes et spectacle musical, en entraînant des passagers dans des danses aériennes vertigineuses (sur une large gamme de combinaisons de mouvements) grâce à un robot polyarticulé.





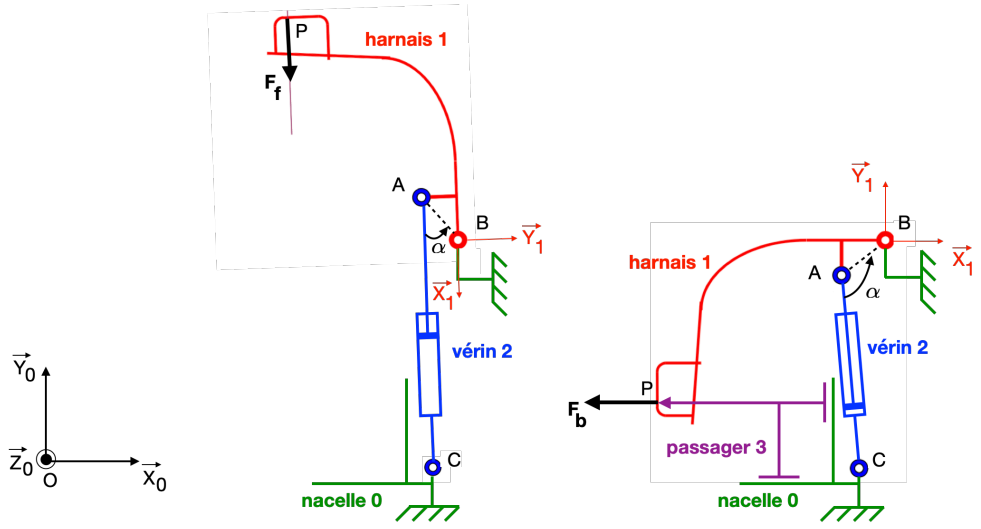
Dans ce système, l'effecteur fixé en bout de robot est donc une nacelle équipée de sièges et recevant des passagers. La masse de la nacelle est de 300 kg et la charge additionnelle admissible dans la nacelle est également de 300 kg.

Pendant toute la durée de la chorégraphie, et pour des raisons de sécurité, les passagers doivent être solidement attachés à la nacelle. Cette fonction est réalisée par des harnais de sécurité, pilotés chacun hydrauliquement et de façon individuelle par 2 vérins en parallèle.
À la fin d'une chorégraphie, la commande électrique des vérins permet au harnais de remonter jusqu'en position ouverte, afin de libérer les passagers. Pendant la chorégraphie, la commande électrique est coupée et les harnais sont bloqués en position fermée.

On liste ci-dessous quelques contraintes du cahier des charges fonctionnel :

C1 : L'effort que doit fournir le passager pour fermer son harnais ne doit pas dépasser 250 N
C2 : En mode fermé, le harnais doit résister à un effort de 3000 N afin de ne pas s'ouvrir

Une modélisation plane du mécanisme de harnais est choisie, l'action des vérins étant assimilée à un seul effort ramené dans un plan $(O, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0})$ du repère $(O, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$ lié à la nacelle (considérée ici comme le bâti). Outre la nacelle **0**, la modélisation décrite ci-dessous intègre le harnais **1** et le vérin **2** reliés par des liaisons pivot aux points A, B et C. Toutes les liaisons sont supposées parfaites et le poids propre des différentes pièces est négligé. Un repère $(B, \overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{Y_1}, \overrightarrow{Z_0})$ est associé au harnais **1**, avec $\overrightarrow{X_1} = \overrightarrow{X_0}$ en position fermée du harnais.



Configuration de fermeture **Configuration bloquée**

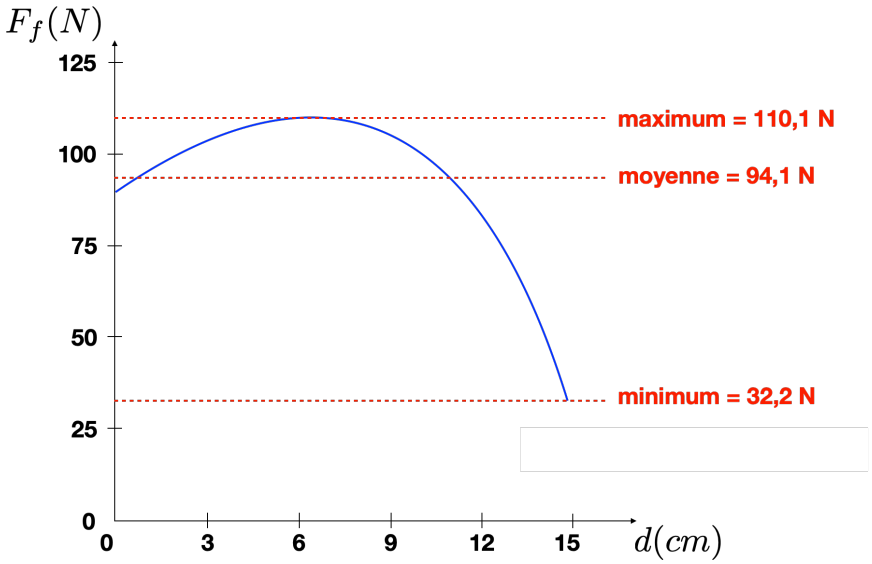
Fermeture du harnais

Assis dans son siège, chaque passager ferme son harnais de sécurité en l'abaissant depuis sa position ouverte. L'action de fermeture est modélisée par une force $\overrightarrow{F_f}$ appliquée au point P et dirigée selon $\overrightarrow{X_1}$.
On donne $\overrightarrow{BA} = x_A\overrightarrow{X_1} + y_A\overrightarrow{Y_1}$, $\overrightarrow{BP} = x_P\overrightarrow{X_1} + y_P\overrightarrow{Y_1}$, et on introduit l'angle $\alpha = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$.

Question 1.5 : Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle plan du système.

Question 1.6 : Déterminer, pour toute position du harnais, le lien entre l'effort extérieur F_f appliqué sur le harnais et l'effort F_v dans la tige du vérin en A, en fonction des données géométriques.

Une simulation permet de connaitre l'évolution de cet effort F_f à fournir par le passager au cours de la manœuvre de fermeture en fonction du déplacement d de la tige du vérin, en ne considérant qu'un vérin dans lequel un effort F_v constant est généré par le système hydraulique (en pratique, un deuxième vérin exerce le même effort F_v).



Question 1.7 : Après avoir commenté l'allure de la courbe, déterminer la valeur de l'effort F_v dans le vérin et discuter du respect de la contrainte d'ergonomie **C1**.

Configuration bloquée du harnais

Pendant la chorégraphie, le corps du passager exerce des actions mécaniques à la fois sur le siège (solidaire de la nacelle) et sur le harnais bloqué. En assimilant le passager à un solide indéformable (approximation très grossière !), le nouveau modèle plan du mécanisme intègre donc une pièce **3** additionnelle en double liaison appui-plan avec la nacelle **0,** et en liaison ponctuelle (ou sphère-plan) avec le harnais **1** au point P et de normale $\overrightarrow{X_1}$ (voir la figure en page 6). La norme de l'effort du passager sur le harnais bloqué est notée F_b.

Question 1.8 : Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce nouveau modèle plan du système. Est-ce que le lien entre l'effort appliqué sur le harnais au point P et l'effort F_v dans la tige du vérin s'en retrouve modifié (par rapport à la Question 1.6) ? Justifier la réponse.

L'effort F_b qui tend à ouvrir le harnais augmente la pression dans les vérins montés en parallèle. Pour chaque vérin, le diamètre du piston est de 32 mm et le diamètre de la tige est de 20 mm. La pression maximale admissible dans le vérin, qui est une donnée du constructeur, est 200 bar.

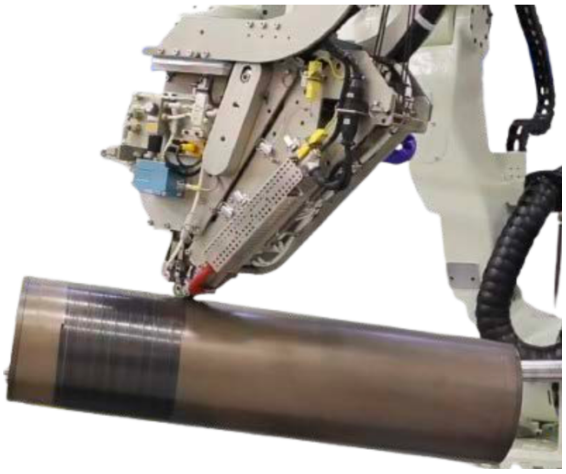
Question 1.9 : En lien avec la contrainte **C2**, déterminer l'effort maximal exercé sur la tige de chaque vérin en configuration bloquée, et conclure sur le bon dimensionnement des vérins.

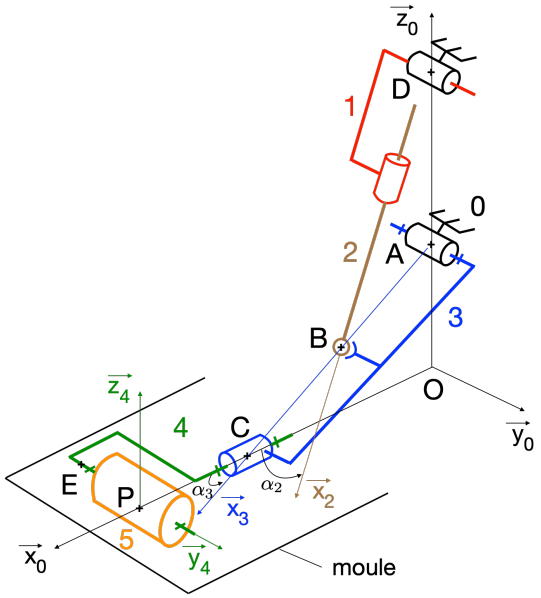
1.3 Effecteur 3 : tête de dépose de composite

Les matériaux composites avec fibres de carbone sont maintenant largement utilisés, notamment dans les structures aéronautiques. La fabrication de pièces avec de tels matériaux composites consiste à déposer des couches successives de bandes fibrées sur un moule, avant étuvage. Le dépôt des bandes sur des surfaces de moule potentiellement complexes, avec positionnement précis des fibres de carbone, est en pratique réalisé par une tête de dépose placée au bout d'un robot polyarticulé.

Au sein de la tête de dépose, un rouleau (cylindre souple de rayon $r \approx 15$ mm) exerce un effort presseur et plaque la bande contre le moule. L'effort est généré par un vérin pneumatique, et le mécanisme par coulisseau associé permet au rouleau de s'adapter à la forme du moule. Le modèle de ce mécanisme est composé des éléments suivants :

- Le bâti **0** de la tête de dépose fixée au robot, associé à un repère $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$;
- Le corps **1** du vérin en liaison pivot glissant d'axe $(D, \overrightarrow{y_0})$ avec le bâti **0** ;
- La tige **2** du vérin (ou coulisseau) associée à un repère $(O, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ avec $\overrightarrow{y_2} = \overrightarrow{y_0}$, en liaison pivot glissant d'axe $(D, \overrightarrow{x_2})$ avec le corps **1** ;
- Le bras **3** associé à un repère $(A, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ avec $\overrightarrow{y_3} = \overrightarrow{y_0}$, en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{y_0})$ avec le bâti **0** et en liaison rotule de centre B avec la tige **2** ;
- Le support **4** du rouleau associé à un repère $(C, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$, en liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{x_4})$ avec le bras **3** ;
- Le rouleau **5**, en liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{y_4})$ avec le support **4** et en contact avec le moule au point P (roulement sans glissement) via une liaison linéaire rectiligne d'axe $(P, \overrightarrow{y_4})$ et de normale $\overrightarrow{z_4}$.





Dans toute la suite, les liaisons sont considérées parfaites et les actions dynamiques sont négligées. On suppose de plus que le support **4** est toujours à la même hauteur par rapport au bâti, avec son axe longitudinal constamment horizontal ($\overrightarrow{x_4} = \overrightarrow{x_0}$).

On donne :
$\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{x_3}$; $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{OA} = c\overrightarrow{z_0}$; $\overrightarrow{OD} = d\overrightarrow{z_0}$; $\overrightarrow{CP} = a\overrightarrow{x_4} - r\overrightarrow{z_4}$
$\alpha_2 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2})$; $\alpha_3 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3})$; $\beta_4 = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_4})$

Dans un premier temps, on considère que le moule est un plan horizontal ($\beta_4 = 0°$) et qu'il est lié au bâti **0** dans une analyse en statique.

Question 1.10 : En prenant soin d'expliciter les mobilités, déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle du mécanisme.

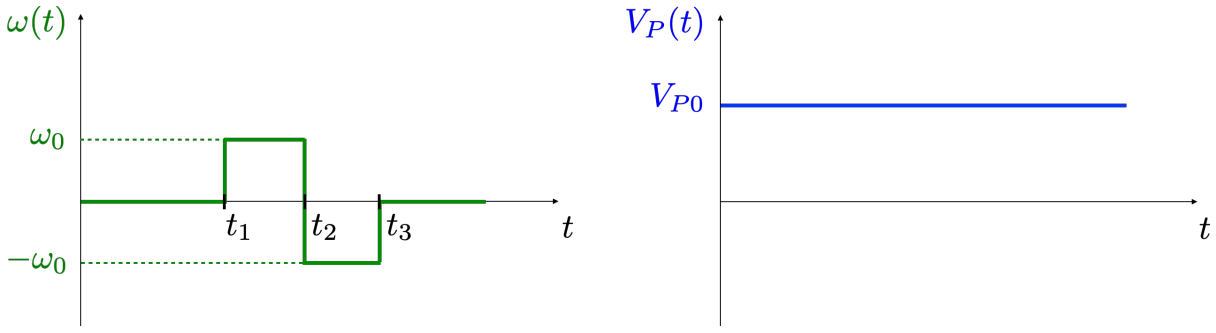
Lors de la dépose de la bande fibrée (déplacement de la tête par rapport au moule), un effort presseur normal constant $-F_d\overrightarrow{z_4}$ doit être appliqué sur le moule, avec une valeur préconisée $F_d = 100$ N.

Question 1.11 : En détaillant les isolements faits et les principes utilisés, déterminer l'expression littérale de la pression p dans le vérin en fonction de l'action mécanique F_d de la bande sur le rouleau et des paramètres géométriques, dans la configuration nominale étudiée pour le moule.

En pratique, la pression dans le vérin est asservie aux variations locales de géométrie du moule afin d'assurer le niveau d'effort normal nécessaire sur le moule. On suppose ici qu'en complément du mouvement de translation rectiligne selon $(O, \overrightarrow{x_0})$ par rapport à la tête de dépose, le moule présente une variation d'orientation de sa normale locale en P, ce qui engendre une variation de l'angle β_4. Cela se traduit par un torseur cinématique de la forme suivante pour le mouvement du rouleau par rapport au bâti de la tête de dépose :

$$\{V(P,5/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega(t)\overrightarrow{x_0} \\ -V_P(t)\overrightarrow{x_0} \end{Bmatrix}$$

Les évolutions temporelles de ω et V_P sont données ci-dessous.



Question 1.12 : En traduisant le roulement sans glissement du rouleau sur le moule, déterminer l'expression de $\dot{\beta}_4$ en fonction de V_P et ω. En déduire l'évolution temporelle de l'angle β_4.

Question 1.13 : Indiquer la conséquence de la variation de l'angle β_4 sur la pression à fournir dans le vérin. Tracer l'allure de l'évolution temporelle de cette pression.

1.4 Conclusions sur les performances attendues du robot polyarticulé

Le robot polyarticulé, objet de la suite de l'étude, doit répondre à plusieurs critères de performance, notamment concernant les efforts à transmettre et la précision de positionnement de l'effecteur.

Question 1.14 : Pour chacun des 3 types d'effecteurs précédemment étudiés, discuter qualitativement du niveau de performance (faible, modéré, élevé) attendu concernant la transmission d'efforts et la précision de positionnement. Conclure sur la nécessité d'un robot ayant une polyvalence de capacités.

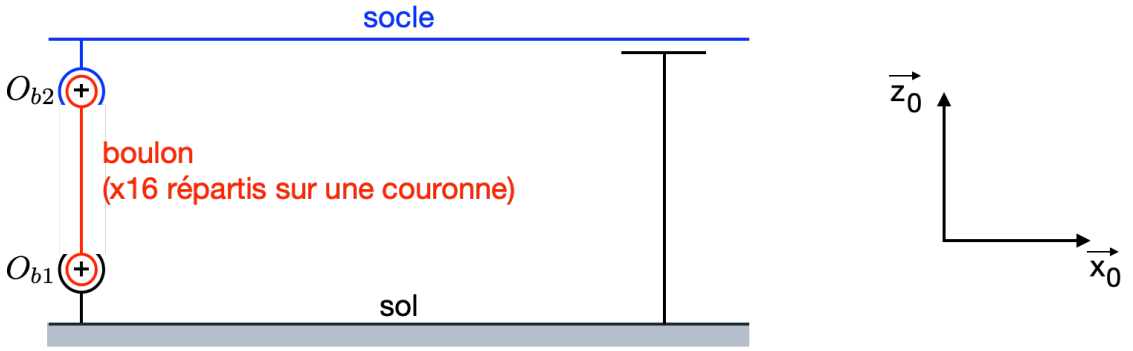
PARTIE 2 : Étude des dispositifs de fixation

L'objectif de cette partie est de valider le dimensionnement de deux dispositifs de fixation présents au sein des systèmes à base de robot polyarticulé, permettant : (1) l'encastrement du bâti du robot au sol ; (2) la fixation de l'effecteur sur l'élément terminal du robot.

2.1 Fixation du robot au sol

On souhaite ici valider la liaison encastrement entre le sol (plaque reliée à une fondation en béton) et le socle du robot. Cette liaison est en pratique réalisée par une liaison appui-plan et un ensemble de 16 boulons répartis régulièrement sur un cercle de 1800 mm de diamètre. Le schéma du système de boulonnage est donné dans l'Annexe E.

On fait l'hypothèse qu'une liaison boulonnée peut être représentée par deux liaisons rotules (boulon/socle, boulon/sol) dont les centres O_{b1} et O_{b2} sont tels que $\overrightarrow{O_{b1}O_{b2}}$ est colinéaire à $\overrightarrow{z_0}$ (axe vertical du robot, voir l'Annexe B). Les liaisons sont supposées parfaites dans un premier temps.



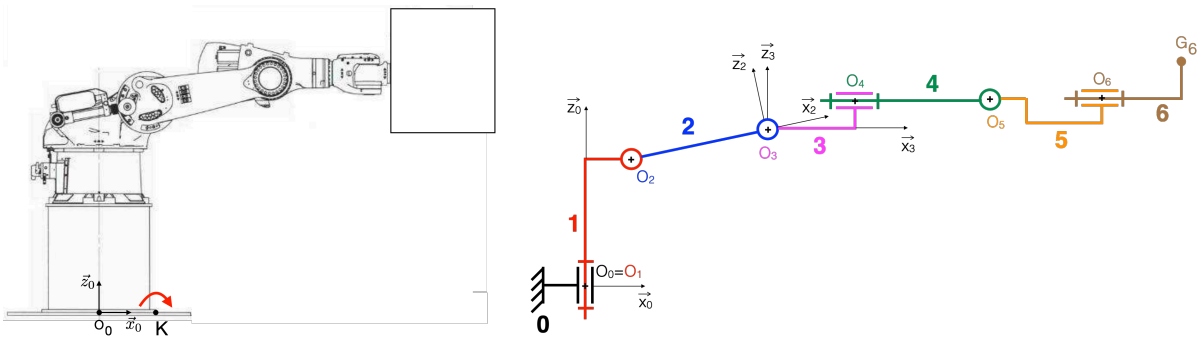
Question 2.1 : Démontrer rigoureusement qu'avec un seul boulon en complément de la liaison appui-plan, la liaison équivalente entre le socle et le sol n'est pas une liaison encastrement. Comment la liaison encastrement est-elle alors obtenue ?

Question 2.2 : Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison entre le socle et le sol en présence des 16 boulons. Commenter ce résultat.

On s'intéresse aux actions mécaniques transmises dans chaque boulon pour garantir la liaison entre le sol et le socle. On suppose une **équidistribution de ces actions dans les 16 boulons**.
On considère tout d'abord la résistance au basculement autour du point K défini par $\overrightarrow{O_0K} = x_K\overrightarrow{x_0}$ ($x_K = 950$ mm), dans la configuration déployée du robot (voir la figure suivante). Dans cette configuration, en utilisant le paramétrage de l'Annexe B, les angles au niveau des articulations sont :
$\theta_1 = \theta_4 = \theta_5 = \theta_6 = 0°$; $\theta_2 = -12°$; $\theta_3 = +12°$
On fera les approximations : $\cos(12°) \approx 1$ et $\sin(12°) \approx 0{,}2$

On analyse le cas d'un effecteur lourd (de type nacelle chargée) avec une masse m_6 = 600 kg. On définit la position du centre de gravité global G du système par :

$$\overrightarrow{O_0G} = x_G\overrightarrow{x_0} + y_G\overrightarrow{y_0} + z_G\overrightarrow{z_0}$$



Question 2.3 : A partir des caractéristiques géométriques et de masse du système (Annexes B et D), donner l'expression littérale des grandeurs (x_G, y_G, z_G) dans la configuration étudiée du robot.

Question 2.4 : En déduire l'expression de l'action mécanique F_{basc} (effort de traction selon $\overrightarrow{z_0}$) dans chaque boulon à la limite du basculement. Faire l'application numérique.

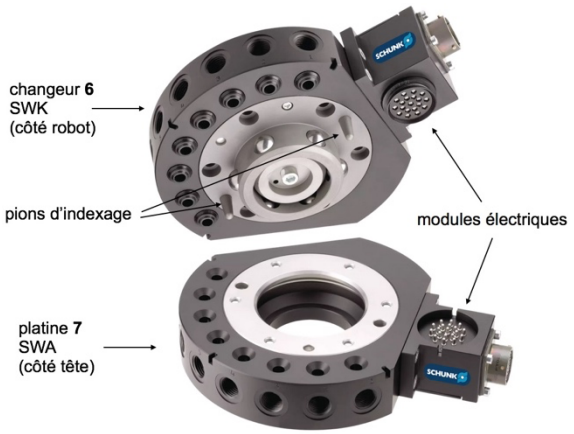
En pratique, le dimensionnement précédent doit être réévalué en considérant les effets d'inertie pendant le mouvement du robot. En gardant la même configuration déployée du robot mais en supposant que celui-ci tourne à une vitesse constante $\dot{\theta}_1 = \omega$ autour de son axe vertical $(O_0, \overrightarrow{z_0})$, les effets d'inertie occasionnent une force radiale supplémentaire, reprise par les actions de frottement au voisinage de chaque boulon. Par la suite, on prendra un coefficient d'adhérence f = 0,3.

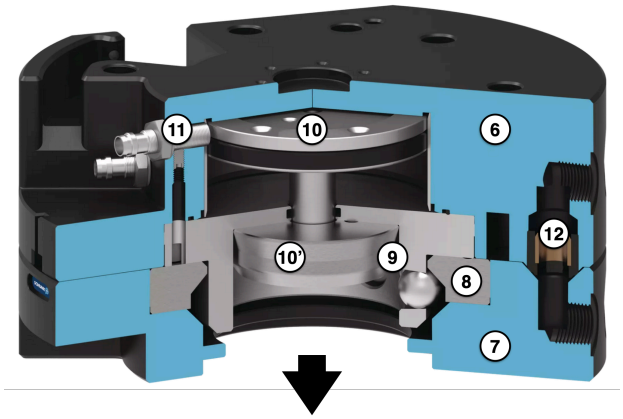
Question 2.5 : À partir des lois de frottement, définir l'action F_f dans chaque boulon permettant de transmettre l'effort radial (action dans le plan du contact sol-socle), ainsi que la nouvelle action F_{basc} permettant d'éviter le basculement dû aux effets d'inertie.

Question 2.6 : Par superposition, en déduire la valeur de l'action mécanique globale dans chaque boulon pour éviter le basculement dû au poids des pièces et aux effets d'inertie.

2.2 Fixation de l'effecteur sur le robot

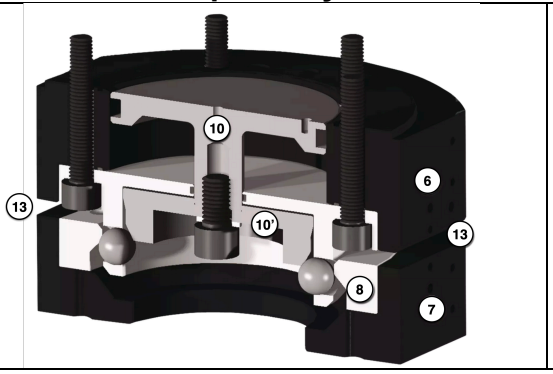
Parmi les solutions technologiques possibles pour fixer l'effecteur sur l'élément terminal du robot, la technologie appelée *Quick-Change System (SWS)* a l'avantage de permettre un montage (ou démontage) à la fois sécurisé, automatique et rapide. C'est une alternative intéressante à une fixation classique par vis sur une bride liée au poignet, notamment dans les phases de réparation/remplacement de l'effecteur ou de transport du robot. Le système de fixation *SWS* consiste en un changeur **6** (*Quick-Change master – SWK*) monté de façon solidaire sur l'élément terminal du robot, et une platine **7** (*Quick-Change adapter – SWA*) montée de façon solidaire sur l'effecteur. Durant la procédure de fixation de l'effecteur sur le robot, le changeur est inséré dans la platine et est guidé par deux pions d'indexage (mise en position relative), avec une forte répétabilité et une grande précision. Le système {changeur + platine} a une masse très faible devant les autres actions mécaniques mises en jeu ; son poids sera donc négligé par la suite.

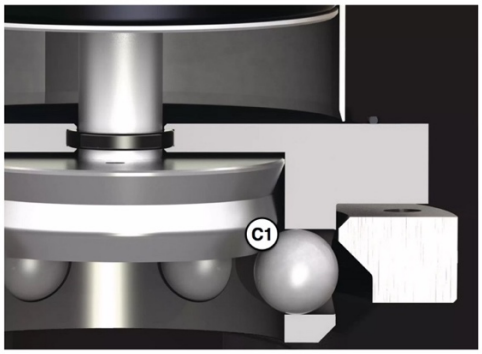




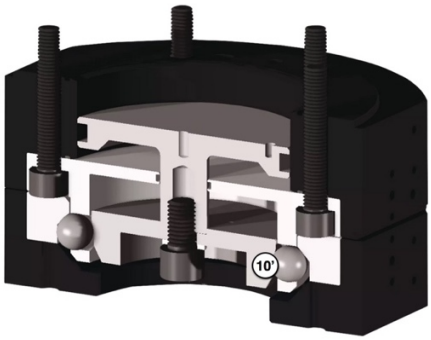
Les deux parties **6** et **7** du système s'accouplent par l'intermédiaire d'un vérin double effet, dont le piston **10** est activé pneumatiquement (alimentation en air comprimé arrivant par des ports **12**), et d'un ensemble de six billes installées dans une cage. Lorsque le vérin est alimenté dans sa chambre haute, la tête de piston **10'** se déplace vers le bas et pousse les billes **9** contre la butée de verrouillage **8** de la platine **7**. Un capteur **11** permet de vérifier la position bloquée.

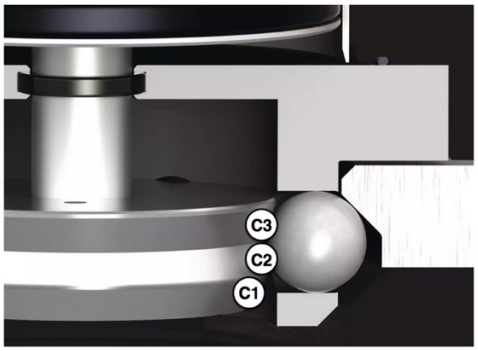
Vue en coupe du système dans la position « prêt au verrouillage »





Vue en coupe du système dans la position verrouillée



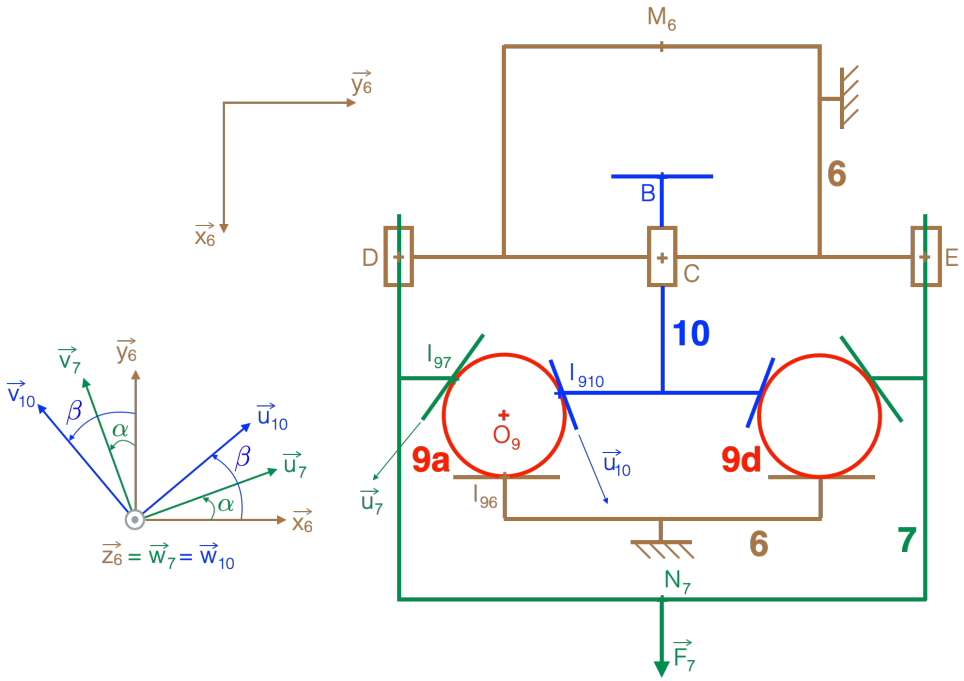


La tête de piston est munie d'une came spéciale en 3 portions (voir les figures ci-dessus) : portions coniques **C1** et **C3**, et portion conique inversée **C2**. Au début de la phase de verrouillage, les billes sont en contact avec la première portion conique **C1** et les deux pièces **6** et **7** à assembler ne sont alors pas en contact (présence d'un espace **13** de quelques millimètres). À la fin de la phase de verrouillage, après que le piston se soit déplacé vers le bas et que les billes aient été poussées contre la butée de verrouillage, celles-ci sont en contact avec la troisième portion conique **C3** avec des forces de verrouillage importantes. La platine **7** est plaquée contre le changeur **6**

et l'accouplement de ces deux pièces est alors effectif. Pour séparer le changeur **6** de la platine **7**, il faut alimenter le vérin dans sa chambre basse pour que le piston remonte, libère les six billes qui peuvent alors rentrer dans la cage.

Détermination des efforts de verrouillage

On propose ci-dessous un premier modèle 3D du dispositif de verrouillage, représenté dans le plan.



Données et hypothèses :

- seules deux des six billes (notées **9a** et **9d**) sont représentées sur le schéma ;
- les effets de la pesanteur sont négligés pour les pièces du mécanisme ;
- toutes les liaisons sont considérées parfaites (pas de frottement notamment) ;
- les valeurs des angles décrivant la géométrie de la butée de verrouillage et de la portion conique **C3** du piston de verrouillage sont respectivement α = -28° et β = +16° ;
- le diamètre du piston est d_p = 80 mm et celui de la tige est d_t = 24 mm.

En considérant à nouveau le robot en configuration déployée (figure en page 12), avec une vitesse de rotation constante autour de l'axe $(O_0, \overrightarrow{z_0})$, on modélise l'effort (d'arrachement) appliqué à l'effecteur lié à la platine **7** par un torseur d'action mécanique de la forme :

$$\left\{ \begin{matrix} F_7 \overrightarrow{x_6} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{N_7}$$

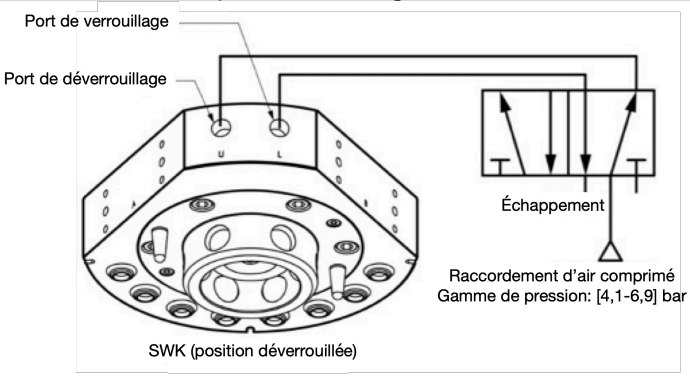
Question 2.7 : Après avoir réalisé le graphe de liaisons, déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle du mécanisme complet (avec les six billes disposées en hexagone). En séparant l'hyperstatisme dû aux billes et celui dû au guidage en translation, proposer des modifications pour diminuer ce degré d'hyperstatisme.

On cherche à relier, à l'équilibre, l'effort F_7 à la pression p_p exercée sur le piston en position verrouillée.

Question 2.8 : En raisonnant sur une bille, expliquer la démarche à appliquer (isolements successifs, théorèmes et équations utilisés) pour déterminer l'expression de F_7 en fonction de p_p. Mettre en œuvre cette démarche et donner l'expression de F_7 en fonction de p_p et des grandeurs géométriques.

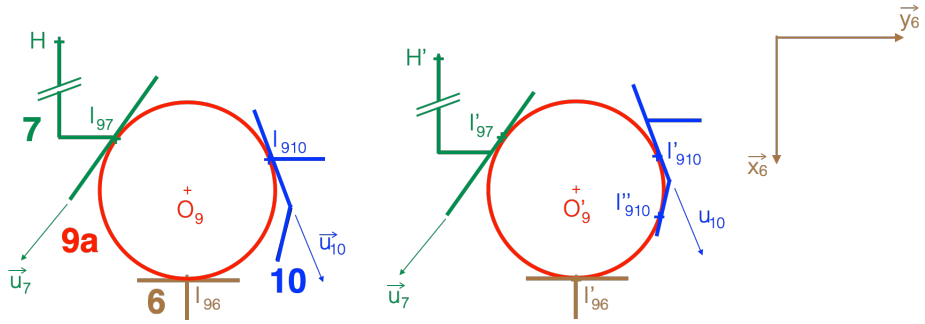
Question 2.9 : Montrer que l'effort de la platine **7** sur la bille **9a** s'écrit $F_{79a} = kF_7$ où k est une grandeur à déterminer.

Question 2.10 : Faire l'application numérique et conclure quant à la pression nécessaire pour maintenir la fixation de l'effecteur sur le robot. Indiquer si la gamme de pression est en accord avec le dimensionnement de l'architecture pneumatique prévue par le constructeur et indiquée sur la figure ci-dessous.



Maintien du verrouillage

Dans la position verrouillée, un dispositif de sécurité doit en pratique être mis en place pour permettre de maintenir le verrouillage même en l'absence d'effort externe (auto-blocage). Cela permet d'arrêter l'alimentation en air comprimé une fois le dispositif verrouillé. Le dispositif utilisé sur le système tire parti du profil particulier de la tête de piston. Il met en œuvre la portion **C2** de la came présentant une conicité inversée.
La nouvelle modélisation, intégrant cette portion, est décrite ci-dessous. Lorsqu'un effort est appliqué sur la platine **7**, la bille **9a** vient en contact avec la tête de piston **10** en deux points distincts I'_{910} et $I"_{910}$.



position verrouillée **position verrouillée sous charge**

On donne :
$\overrightarrow{I_{910}I'_{910}} = a_{10}\overrightarrow{u_{10}}$; $\overrightarrow{I_{910}I"_{910}} = b_{10}\overrightarrow{u_{10}} + c_{10}\overrightarrow{x_6}$
$a_{10} = c_{10} = 2$ mm ; $b_{10} = 3$ mm

Question 2.11 : Dans cette position, une augmentation de F_7 peut-elle provoquer le déverrouillage induit par la translation du piston **10** suivant $-\overrightarrow{x_6}$? Quelle est alors la valeur limite admissible pour F_7 ?

PARTIE 3 : Analyse géométrique et cinématique du robot

Dans cette partie, l'objectif est de déterminer la position et le mouvement des pièces du robot lors des diverses phases de son fonctionnement, et de définir ainsi la loi de commande du robot.

La description globale du robot est donnée dans l'Annexe A tandis qu'une modélisation spatiale (schéma cinématique) avec le paramétrage associé aux différents solides et aux liaisons sont proposés dans l'Annexe B.
Tous les solides sont supposés indéformables et les liaisons parfaites.
À chaque solide i du mécanisme polyarticulé est attaché un repère orthonormé direct $\mathcal{R}_i = (O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$. Le socle 0 (bâti du robot) est fixé au sol et est lié à un référentiel supposé galiléen. Le point G_6 représente le centre de gravité de l'effecteur.

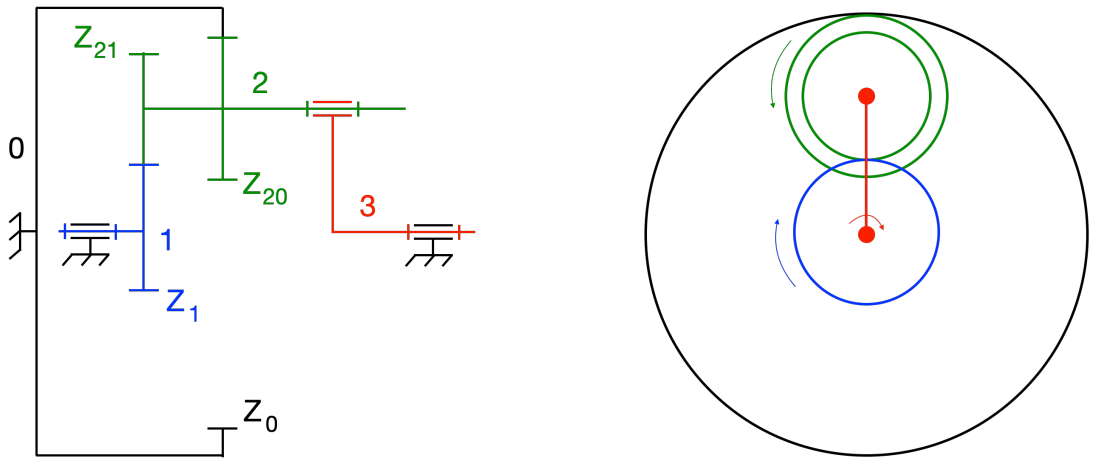
3.1 Réduction dans la liaison socle-embase

L'actionneur de l'axe 1 est associé à un réducteur à train épicycloïdal.

Question 3.1 : À la vue de l'architecture du robot polyarticulé, indiquer l'intérêt pratique d'utiliser un réducteur sur l'axe 1.

Le réducteur est constitué :
- d'une couronne **0** de Z_0 dents, reliée au socle du robot donc fixe ;
- d'un planétaire **1** (pignon de Z_1 dents) connecté à l'arbre d'entrée du dispositif et solidaire du moteur d'entraînement sur l'axe 1 du robot ;
- d'un satellite **2** à double denture constitué de 2 pignons, un de Z_{20} dents engrenant avec la couronne et un de Z_{21} dents engrenant avec le planétaire ;
- d'un porte-satellite **3** constituant l'arbre de sortie du dispositif et solidaire de l'embase du robot.

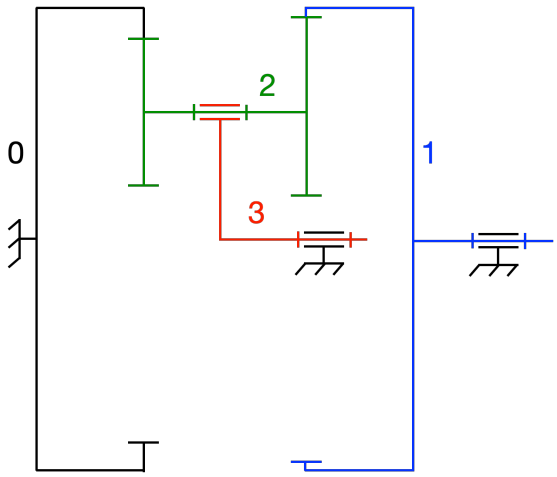
La couronne **0** est coaxiale avec le planétaire **1** et le porte-satellite **3**.



Question 3.2 : Déterminer le rapport de réduction $k_{r0} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ du réducteur en fonction des nombres de dents Z_0, Z_1, Z_{20} et Z_{21}.

Question 3.3 : Déterminer l'inertie équivalente J_{eq}, ramenée sur l'axe du moteur, du réducteur en fonction des nombres de dents Z_0, Z_1, Z_{20}, Z_{21}, et des inerties J_1, J_2, J_3 des pièces **1**, **2** et **3** autour de leur propre axe.

Une autre configuration de train épicycloïdal consiste à remplacer la position centrale du planétaire d'entrée 1 (planétaire intérieur) par une position périphérique (planétaire extérieur).



Question 3.4 : Indiquer les avantages et inconvénients de cette nouvelle configuration de réducteur par rapport à la précédente, en termes de rapport de réduction et d'inertie équivalente.

3.2 Validation d'un cycle

Les mouvements du robot sont élaborés pour reproduire un cycle de positions déterminées par l'usage de celui-ci. Le cycle est composé d'une série de positions et d'orientations de l'effecteur. Dans cette sous-partie, on se limite à l'étude des positions de l'effecteur en supposant que celui-ci est bien dans la zone de travail (Annexe C).
Chaque position est décrite par un ensemble de coordonnées cartésiennes dans l'espace 3D. La position du centre de gravité G_6 de l'effecteur au cours du temps par rapport au socle du robot est telle que définie dans l'Annexe B :

$$\overrightarrow{O_0G_6} = x\overrightarrow{x_0} + y\overrightarrow{y_0} + z\overrightarrow{z_0}$$

Le cycle de l'effecteur est représenté par la liste des coordonnées (x, y, z) du point G_6 dans le repère $\mathcal{R}_0$ au cours du temps, telle que :
OG_6 = [[2698, 0, 2365], [2701, 0, 2367], …, [2698, 0, 2365]]

Si une position est maintenue plusieurs instants, alors le triplet de position est répété autant de fois que la durée du maintien.

La période d'échantillonnage de la trajectoire est de 10 ms : Te = 0.01 s

Pour ne pas détériorer les composants en contact avec l'effecteur, la norme de l'accélération du point G_6 ne doit pas dépasser a_{max}, où a_{max} est imposée par les conditions d'utilisation de l'effecteur (objet manipulé au bout de l'effecteur, présence

d'humains à proximité…). Le robot réalise un cycle si la position finale est la même que la position initiale.

Avant de télécharger un cycle dans l'application pilotant le robot, il s'agit ici de vérifier que la suite de points modélise un cycle et que celui-ci respecte l'exigence d'accélération maximale.

Question 3.5 : Décrire un programme en Python définissant une fonction *cycle_valide(OG6,a_max)* qui prend en argument une liste OG6 de coordonnées cartésiennes de l'effecteur et une accélération maximale à ne pas dépasser *a_max*, et qui retourne *True* si la liste modélise un cycle et si ce cycle respecte l'exigence d'accélération maximale, et *False* sinon.

3.3 Réalisation du cycle

Pour réaliser le cycle, le robot est composé de 6 axes motorisés comme indiqué dans la description de l'architecture du robot donnée dans l'Annexe B. Le modèle du système est structuré en une chaîne ouverte constituée d'un ensemble de pièces reliées par des liaisons pivot (articulations). Les actions dans les différentes liaisons permettent de positionner et d'orienter l'effecteur.

L'objectif est de valider cette architecture et de déterminer la loi de commande des actionneurs pour réaliser le cycle demandé.

Établissement du modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct, donné dans l'Annexe B, permet d'exprimer les coordonnées $(x, y, z)_{\mathcal{B}_0}$, en mètres, du point G_6 dans le repère $\mathcal{R}_0$ en fonction des paramètres angulaires θ_i ($\forall\, i \in [\![1,6]\!]$) des articulations. On note $\mathcal{B}_i$ la base $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

Question 3.6 : Écrire le vecteur position $\overrightarrow{O_0G_6}$ du point G_6 dans le repère $\mathcal{R}_0$ en fonction des paramètres géométriques du robot. Écrire les 3 matrices de changement de base (matrices de passage) R_{01}, R_{12} et R_{34} telles que $\vec{u}_{\mathcal{B}_i} = R_{ij}\vec{u}_{\mathcal{B}_j}$ en fonction des paramètres angulaires. En déduire l'expression de la matrice R_{06} reliant les bases $\mathcal{B}_0$ et $\mathcal{B}_6$ qui caractérise l'orientation angulaire de l'effecteur par rapport au socle, sous la forme d'un produit de matrices élémentaires de rotation. Le calcul complet de la matrice R_{06} n'est pas demandé.

On note $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)^T$ le vecteur de paramètres angulaires des articulations.
On note aussi $\vec{X} = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$ le vecteur composé des coordonnées cartésiennes $(x, y, z)_{\mathcal{B}_0}$ du point G_6 et des coordonnées angulaires $(\alpha, \beta, \gamma)_{\mathcal{B}_0}$ caractérisant l'orientation angulaire de l'effecteur par rapport au socle.

On peut alors définir une fonction vectorielle non-linéaire $\vec{f}$ décrivant l'orientation de l'effecteur **6** et la position du point G_6 appartenant à l'effecteur **6** par rapport au socle **0** telle que :

$$\vec{X} = \vec{f}(\vec{\theta})$$

En pratique, on impose la trajectoire du robot et on cherche la valeur des paramètres angulaires des articulations permettant d'atteindre la position désirée. Il est alors nécessaire de calculer les consignes angulaires à envoyer aux actionneurs en fonction des positions et des orientations désirées pour l'effecteur. On doit alors déterminer le modèle géométrique inverse :

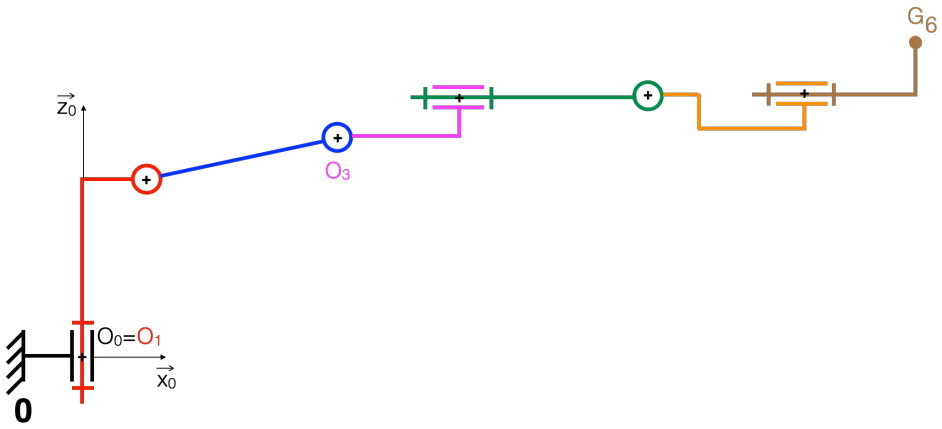
$$\vec{\theta} = \overrightarrow{f^{-1}}(\vec{X})$$

où $\overrightarrow{f^{-1}}$ est une fonction vectorielle non-linéaire.

Question 3.7 : La fonction $\vec{f}$ est-elle bijective ? Faire un schéma (dans le plan $(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$, en supposant $\theta_1 = \theta_4 = \theta_6 = 0°$) pour appuyer votre réponse. Quel impact cela aura-t-il sur la détermination de la fonction vectorielle réciproque $\overrightarrow{f^{-1}}$?

Le modèle géométrique direct $\vec{X} = \vec{f}(\vec{\theta})$ étant fortement non-linéaire, il est très difficile à inverser. On décide d'utiliser un algorithme d'intelligence artificielle par réseau de neurones pour prédire $\vec{\tilde{\theta}}$, une estimation de $\vec{\theta}$ pour $\vec{X}$ donné. Le modèle de réseau de neurones est considéré bien paramétré si l'erreur de prédiction de la position et de l'orientation de l'effecteur est inférieure à la précision mesurée sur le système réel. On se limite à l'étude de la précision de position lors d'un déplacement de l'effecteur.

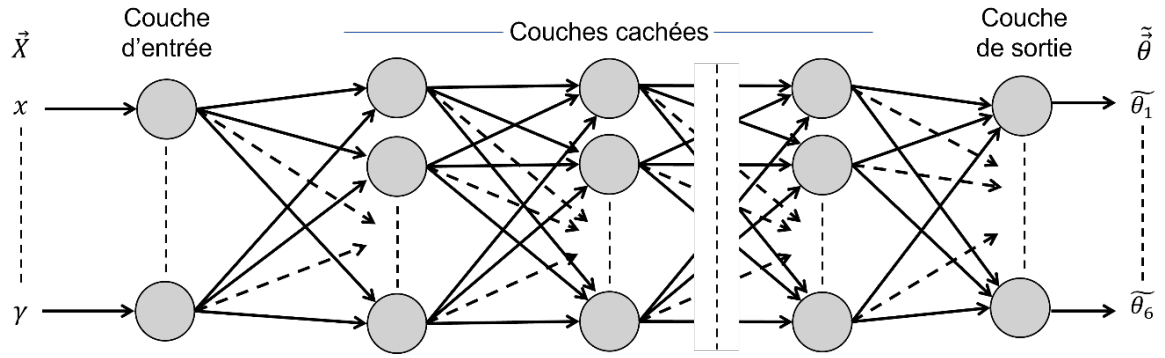
L'actionneur de l'axe 1 (axe $(O_0, \overrightarrow{z_0})$) est équipé d'un codeur optique absolu permettant d'obtenir une information de position codée sur 10 bits par tour. Il est aussi muni d'un réducteur à train épicycloïdal de rapport de réduction $k_r = 360$. La précision angulaire de l'axe 1 est la plus impactante lorsque le robot est tendu (schéma cinématique ci-dessous). Pour cette situation, on note :
$\overrightarrow{O_0G_6}.\overrightarrow{x_0} = l_1$ avec $l_1 = 3{,}4$ m



Question 3.8 : Déterminer la résolution angulaire sur l'axe 1, et calculer la précision de déplacement du point G_6 de l'effecteur dans la configuration la plus défavorable.

Établissement du modèle géométrique inverse par intelligence artificielle

Le modèle de réseau de neurones de prédiction de $\vec{\tilde{\theta}}$ (estimation de $\vec{\theta}$ pour $\vec{X}$ donné) est donné sur la figure suivante.



On note :

- n_e le nombre de neurones de la couche d'entrée ;
- n_s le nombre de neurones de la couche de sortie ;
- n_c le nombre de couches cachées ;
- n_n le nombre de neurones par couche cachée.

Pour le réseau utilisé, le nombre de neurones par couche cachée est toujours le même, et le réseau est dense, c'est-à-dire que chaque neurone d'une couche est connecté à tous les neurones de la couche d'après.

Question 3.9 : Indiquer le nombre de neurones à imposer sur la première couche et sur la dernière couche. Évaluer le nombre de paramètres du modèle de réseau de neurones en fonction de n_e, n_s, n_c et n_n. En déduire le nombre minimal de données d'entraînement à fournir au modèle lors de la phase d'apprentissage.

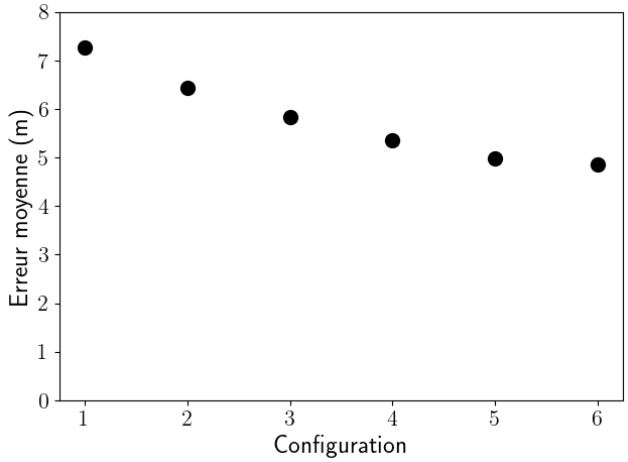
La prédiction d'angles par intelligence artificielle étant souvent difficile à cause de la périodicité des angles, il est préférable de prédire le sinus et le cosinus de l'angle puis de reconstruire l'angle à partir des valeurs de sinus/cosinus obtenues. Cette stratégie implique de doubler le nombre de neurones de la couche d'entrée. L'angle prédit pouvant être positif ou négatif, on choisit d'utiliser une fonction d'activation linéaire sur la dernière couche.

Une simulation du modèle pour différentes configurations du réseau a été réalisée. Chaque simulation a été menée avec 1 million de données. Les configurations simulées sont :

- Configuration 1 : 4 couches cachées de 12 neurones
- Configuration 2 : 8 couches cachées de 12 neurones
- Configuration 3 : 16 couches cachées de 12 neurones
- Configuration 4 : 16 couches cachées de 24 neurones
- Configuration 5 : 32 couches cachées de 48 neurones
- Configuration 6 : 64 couches cachées de 48 neurones

La courbe présentant l'erreur moyenne de prédiction reconstruite $< \vec{X} - \vec{f}\left(\tilde{\vec{\theta}}\right) >$ pour chaque configuration est présentée après la Question 3.10. Le calcul de l'erreur moyenne de prédiction reconstruite, présentée ici, ne concerne que les coordonnées cartésiennes (x, y, z), pas les coordonnées angulaires (α, β, γ) (une étude similaire pourrait être réalisée pour ces coordonnées angulaires).

Question 3.10 : En analysant la figure, critiquer le modèle d'intelligence artificielle par réseau de neurones actuel.



La faible précision obtenue précédemment provient du fait que le modèle apprend sur une moyenne des solutions possibles pour plusieurs configurations différentes et non sur une configuration physique réelle.

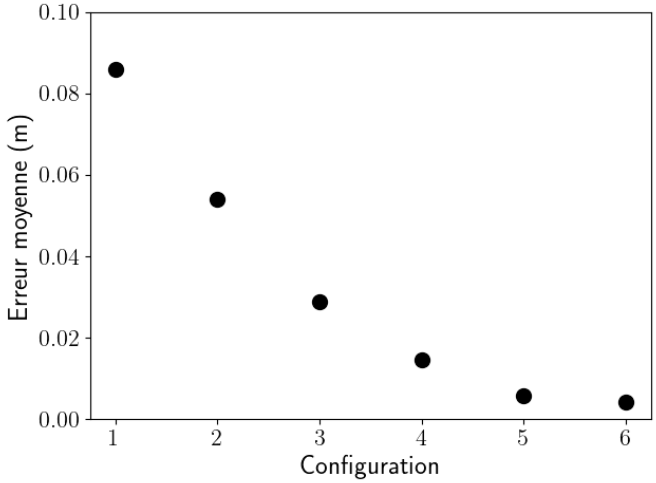
Pour améliorer la précision, on ajoute une fonction de perte qui sera utilisée dans la détermination des coefficients des neurones. Cette fonction dépend de la cinématique réelle du robot :

$$\varepsilon(\vec{\theta}) = \left\|\vec{f}(\vec{\theta}) - \vec{X}\right\|^2$$

La phase d'apprentissage ne se limite donc plus à minimiser $\left\|\tilde{\vec{\theta}} - \vec{\theta}\right\|$ mais plutôt à minimiser $\left\|\vec{f}\left(\tilde{\vec{\theta}}\right) - \vec{X}\right\|$.

La courbe présentant l'erreur moyenne de prédiction reconstruite $< \vec{X} - \vec{f}\left(\tilde{\vec{\theta}}\right) >$ avec l'ajout de la fonction de perte, pour chaque configuration (toujours avec 1 million de données), est présentée après la Question 3.11.

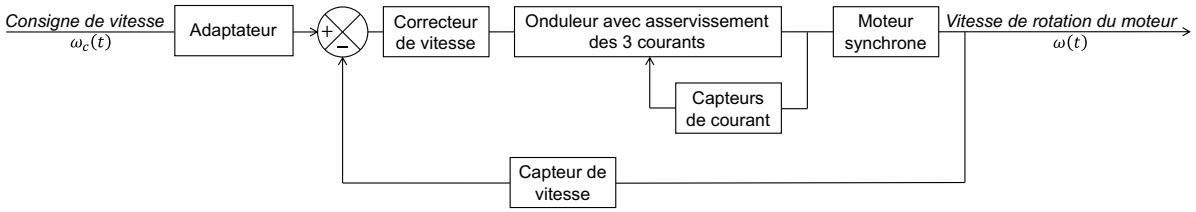
Question 3.11 : Parmi le 6 configurations évaluées, choisir la configuration du réseau de neurones donnant les meilleurs résultats pour un minimum de temps de calcul. Le modèle de réseau de neurones avec une fonction de perte est-il satisfaisant par rapport aux conditions d'utilisation du robot ? Si ce n'est pas le cas, proposer une amélioration du modèle.



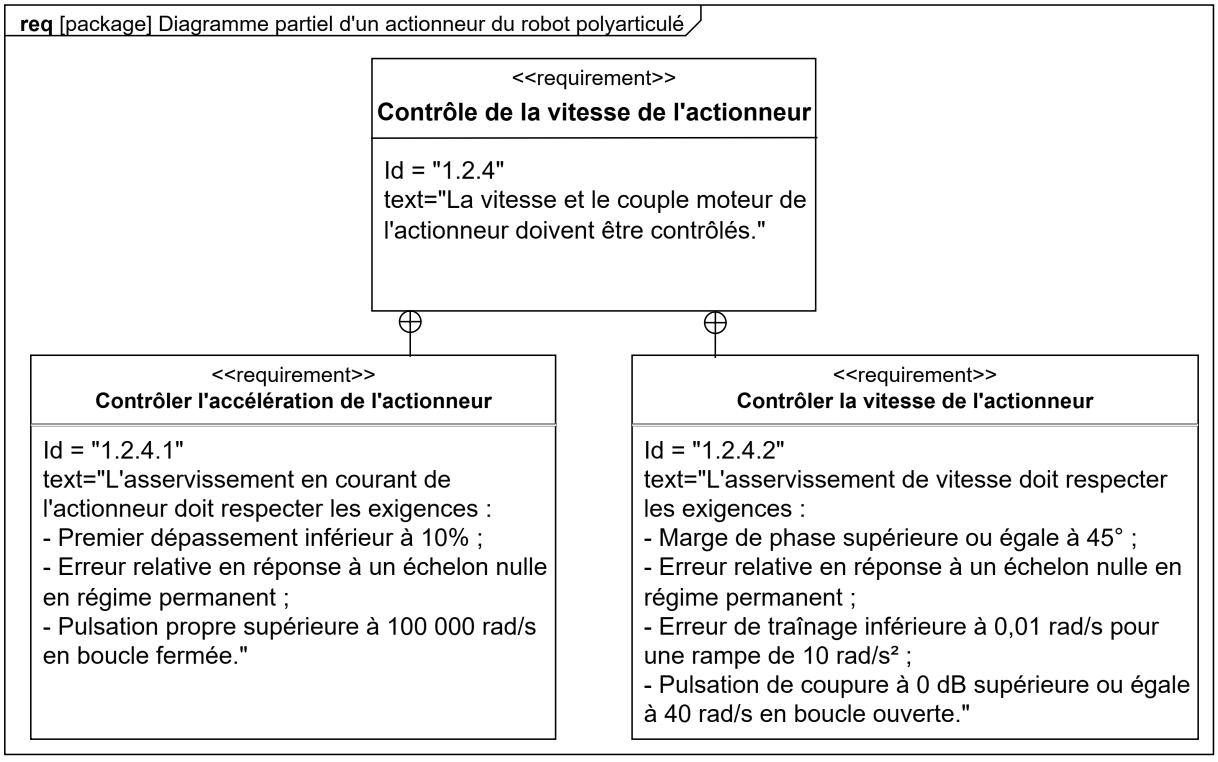
PARTIE 4 : Contrôle en vitesse de l'actionneur

L'objectif de cette partie est d'établir la stratégie de commande d'un des axes du robot pour contrôler sa vitesse et son accélération.

Le contrôle d'un actionneur est réalisé en vitesse et en couple. Le couple électromagnétique dépend linéairement du courant traversant le moteur. Asservir en couple revient ainsi à asservir en courant. On montre ci-dessous la structure de l'asservissement d'un actionneur. Cette structure est la même pour tous les actionneurs du robot.



Un extrait du diagramme des exigences du robot concernant l'asservissement en vitesse de l'actionneur est aussi donné.



Les actionneurs associés à chaque axe du robot sont du type moteur synchrone triphasé à aimants permanents. Ces machines ont l'avantage d'avoir de très bonnes performances dynamiques, de pouvoir générer un fort couple, et d'avoir une durée de vie élevée.

Afin de contrôler le couple moteur et la vitesse angulaire générés par un actionneur, deux boucles d'asservissement sont mises en place. Une première boucle, dite interne, permet de contrôler les courants électriques circulant dans chaque phase de

l'actionneur (en réalité, trois boucles de courants sont nécessaires : une par enroulement de la machine). Une seconde boucle, dite externe, permet d'asservir la vitesse de rotation.

La suite de l'étude est menée pour le contrôle de la vitesse angulaire et du couple moteur de l'actionneur associé à l'axe 5 (voir l'Annexe A).

4.1 Modélisation du moteur synchrone

Le moteur synchrone triphasé à aimants permanents est modélisé par une machine à courant continu. Le comportement du moteur est décrit par les équations suivantes :

$$u(t) = R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = k_e.\omega(t)$$

$$c_{em}(t) = k_c.i(t)$$

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} = c_{em}(t) - f.\omega(t) - c_r(t)$$

où :

- $u(t)$ est la tension aux bornes du moteur
- $i(t)$ est le courant traversant le moteur
- $c_{em}(t)$ est le couple électromécanique du moteur
- $\omega(t)$ est la vitesse de rotation de l'arbre moteur
- $c_r(t)$ est le couple résistant appliqué sur l'arbre moteur

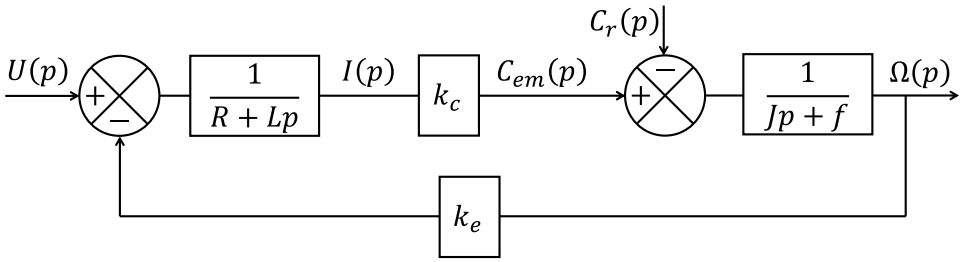
Paramètres :

- $R = 2$ Ω la résistance électrique du moteur à courant continu
- $L = 0{,}2$ H l'inductance
- $J = 125$ kg.m² le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre du moteur
- $f = 1.10^{-2}$ N.m.s/rad le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre moteur
- $k_e = 25$ V.s/rad la constante de force contre-éléctromotrice
- $k_c = 25$ N.m/A la constante de couple

Notations :

- $\Omega(p)$ représente l'image de la vitesse de rotation du moteur $\omega(t)$ dans le domaine de Laplace
- $U(p)$ représente l'image de la tension $u(t)$ dans le domaine de Laplace
- $I(p)$ représente l'image du courant $i(t)$ dans le domaine de Laplace
- $C_{em}(p)$ représente l'image du couple moteur $c_{em}(t)$ dans le domaine de Laplace
- $C_r(p)$ représente l'image d'un couple résistant $c_r(t)$ dans le domaine de Laplace

Le schéma-bloc de la machine à courant continu est présenté ci-après.



Pour toute la suite de cette partie, on considère que les conditions initiales sont nulles.

Question 4.1 : En supposant $C_r(p) = 0$, écrire la fonction de transfert $H_I(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$ sous la forme :

$$H_I(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = K_1 \frac{1 + \tau_1 p}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$$

et donner les expressions de K_1, τ_1, a_1 et a_2.

4.2 Modélisation de l'asservissement de courant

La partie précédente a permis d'établir $H_I(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$.

Notations :

- $I^*(p)$ représente l'image de la consigne de courant $i^*(t)$ dans le domaine de Laplace
- $C_I(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon_I(p)}$ représente le correcteur de la boucle de courant $i(t)$
- k_{I0} est le gain d'adaptation de la consigne de courant $I^*(p)$
- $k_{cap} = \frac{U_I(p)}{I(p)} = 1$ V/A est le gain du capteur de courant de la chaîne de retour

Question 4.2 : En supposant le couple perturbateur nul ($C_r(p) = 0$), compléter sur le Document Réponse 1 le schéma bloc de l'asservissement en courant. Préciser la valeur du gain d'adaptation k_{I0}.

On considère la boucle de courant sans correction : $C_I(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon_I(p)} = 1$.

Question 4.3 : En s'intéressant au critère de précision, montrer que l'asservissement de courant doit être corrigé pour satisfaire les exigences de l'actionneur. Proposer un type de correcteur en conséquence.

4.3 Amélioration des performances de la boucle de courant

L'objectif est de dimensionner les paramètres du correcteur de la boucle de courant permettant de respecter les performances définies dans le diagramme des exigences.

Pour la suite, la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de courant sera définie par :

$$H_I^{BO}(p) = \frac{\varepsilon_I(p)}{U_I(p)} = C_I(p) \times K_{BO} \frac{1 + \tau_0 p}{(1 + \tau_{BO} p)^2}$$

avec $K_{BO} = 1{,}6.10^{-5}$, $\tau_0 = 1{,}25.10^4$ s et $\tau_{BO} = 2.10^{-1}$ s.

On choisit d'utiliser un correcteur proportionnel-intégral de la forme :

$$C_I(p) = K_{pI} \frac{1 + \tau_I p}{\tau_I p}$$

On choisit une méthode de réglage par compensation de pôle pour réduire l'ordre de la fonction de transfert et s'assurer que la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de courant soit toujours supérieure à $-180°$. L'Annexe F fournit l'abaque du premier dépassement relatif D_1 en fonction du coefficient d'amortissement ξ pour un système du second ordre.

Question 4.4 : Déterminer la valeur du paramètre τ_I puis celle du paramètre K_{pI} du correcteur à imposer pour respecter le critère de rapidité de la boucle de courant. Conclure quant au respect de toutes les exigences de l'actionneur pour la boucle de courant.

4.4 Étude de la boucle d'asservissement en vitesse angulaire

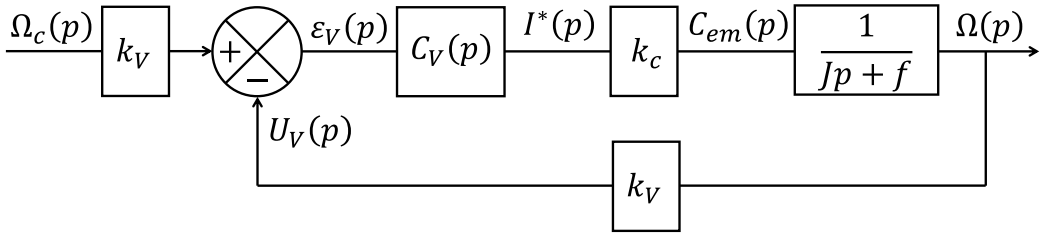
L'objectif est de modéliser l'asservissement en vitesse angulaire de l'actionneur puis de régler le correcteur pour atteindre les performances définies par le diagramme des exigences.
On note :

- $\omega(t)$ la vitesse angulaire de l'arbre moteur ;
- $\omega_c(t)$ la consigne de vitesse angulaire de l'arbre moteur.

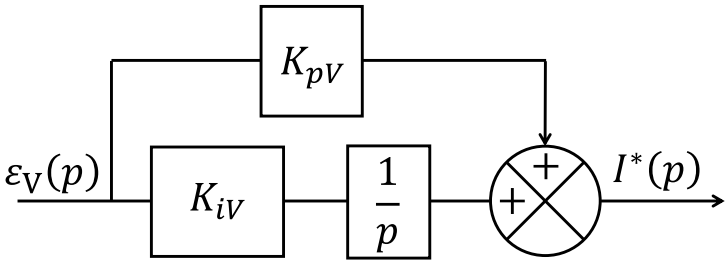
Les transformées de Laplace de $\omega(t)$ et $\omega_c(t)$ sont respectivement notées $\Omega(t)$ et $\Omega_C(t)$.

On donne ci-dessous le schéma-bloc de l'asservissement en vitesse angulaire de l'actionneur, en absence de couple résistant $c_r(t)$. Grâce aux réglages des paramètres du correcteur de la boucle de courant, on considère pour la suite que la boucle de courant est unitaire, c'est-à-dire que $\frac{I(p)}{I^*(p)} = 1$. On a ainsi : $C_{em}(p) = k_c I^*(p)$.

Le capteur de vitesse angulaire est une génératrice tachymétrique de gain constant $k_V = 1$ V.s/rad.



On envisage de mettre en place un correcteur de vitesse $C_V(p)$ avec K_{pV} et K_{iV} positifs tel que représenté ci-dessous.

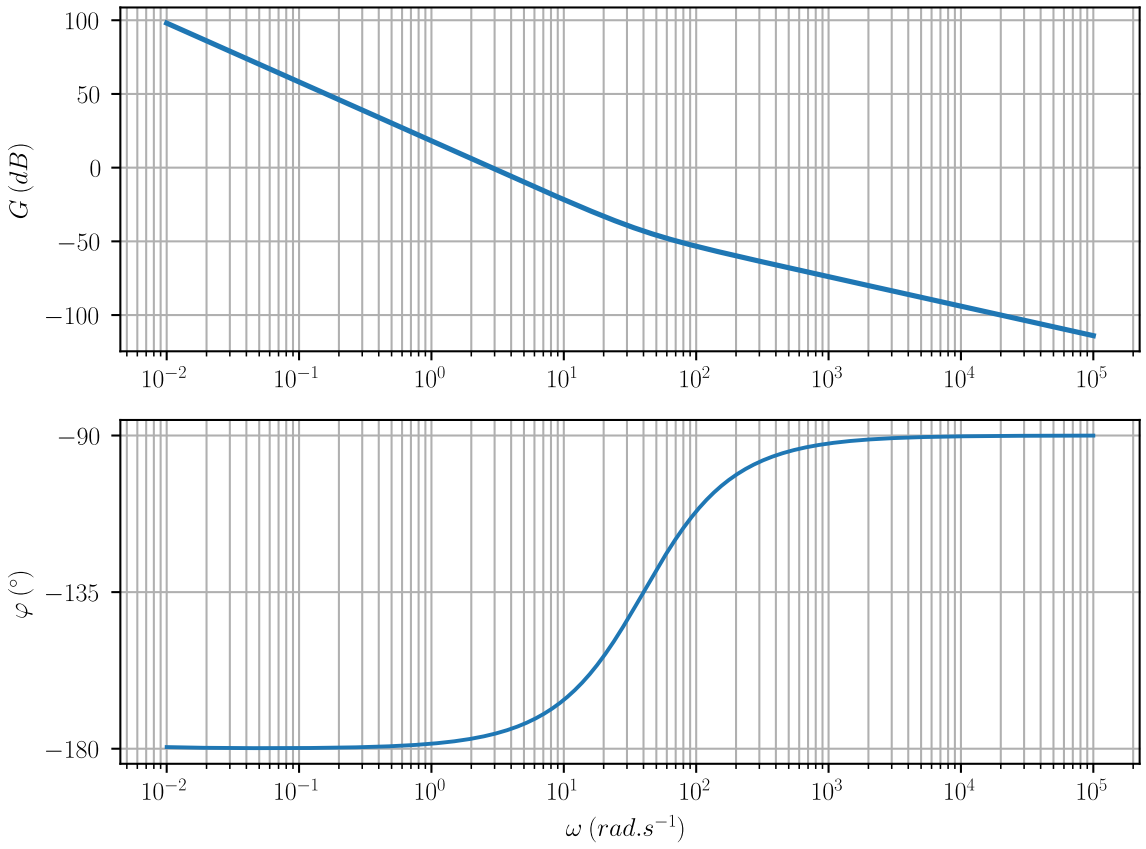


Question 4.5 : Donner l'expression de la fonction de transfert $C_V(p) = \frac{I^*(p)}{\varepsilon_V(p)}$ de ce correcteur sous forme canonique. En déduire l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de vitesse $H_V^{BO}(p) = \frac{U_V(p)}{\varepsilon_V(p)}$ en fonction de k_c, k_V, J, f, K_{pV} et K_{iV}.

On choisit de dimensionner la pulsation de cassure $\omega_V = \frac{K_{iV}}{K_{pV}}$ du correcteur $C_V(p)$ qui permet de respecter le critère de stabilité de marge de phase et le critère de rapidité énoncé dans le cahier des charges.

Question 4.6 : Déterminer l'expression de la pulsation de cassure ω_V du correcteur $C_V(p)$ en fonction de J et de f permettant de respecter les critères de stabilité et de rapidité.

On présente ci-dessous une partie du diagramme de Bode de l'asservissement en vitesse de l'actionneur en boucle ouverte avec $\omega_V = \frac{K_{iV}}{K_{pV}} = 40$ rad/s et $K_{pV} = 1$ A/V.



Question 4.7 : A l'aide du diagramme de Bode, déterminer la valeur des paramètres K_{pV} et K_{iV} à imposer pour que les performances de rapidité et de stabilité soient respectées.

Question 4.8 : En justifiant la réponse, conclure sur le respect des exigences du cahier des charges pour l'asservissement de vitesse corrigé.

4.5 Stratégie de commande dynamique

La génération et le suivi de trajectoire sont assurés par un logiciel dédié. En pratique, les mouvements du robot ont des configurations qui varient fortement engendrant des inerties très variables. Les stratégies d'asservissement doivent donc être adaptées.
Pour illustrer ce phénomène, on décide d'étudier la commande et la dynamique de l'axe 2 du robot (axe $(O_2, \overrightarrow{y_2})$ de l'Annexe B) sans correction en vitesse mais avec un asservissement en courant bien réglé.

Question 4.9 : En dessinant deux configurations extrêmes du robot, expliquer qualitativement l'origine de la variabilité de l'inertie équivalente ramenée sur l'axe moteur $(O_2, \overrightarrow{y_2})$ au cours d'un cycle.

L'asservissement, sans correction ($C_V(p) = 1$), en vitesse angulaire d'un actionneur est modélisé par le schéma-bloc de la partie 4.4. La fonction de transfert en boucle ouverte de cet asservissement est de la forme :

$$H_V^{BO}(p) = \frac{\varepsilon_V(p)}{U_V(p)} = \frac{\frac{k_c k_V}{f}}{1 + \frac{J}{f}p}$$

Question 4.10 : Sur le Document Réponse 2, tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse angulaire d'un actionneur sans correction pour deux valeurs de J :

$$J_1 = 10^2 \text{ kg.m}^2 \text{ et } J_2 = 10^3 \text{ kg.m}^2$$

On tracera le diagramme de Bode pour J_1 en vert et celui pour J_2 en rouge. En déduire l'effet de la variation de l'inertie sur le diagramme de Bode de l'asservissement en vitesse en boucle ouverte.

Question 4.11 : Décrire de manière qualitative l'effet théorique de la variation d'inertie autour de l'axe de rotation sur la précision, la stabilité et la rapidité de l'asservissement de vitesse pour une réponse à un échelon de rotation autour de l'axe 2.

Pour pallier l'effet de la variation de l'inertie sur les performances du robot, on met en place une commande dynamique dans laquelle le correcteur peut être modifié dynamiquement pendant l'exécution des mouvements du robot. On étudie la commande des 6 axes du robot.

On note $\vec{\Gamma} = (C_{m1}, C_{m2}, C_{m3}, C_{m4}, C_{m5}, C_{m6})^T$ le vecteur des couples exercés par les 6 actionneurs associés (cf. Partie 5).

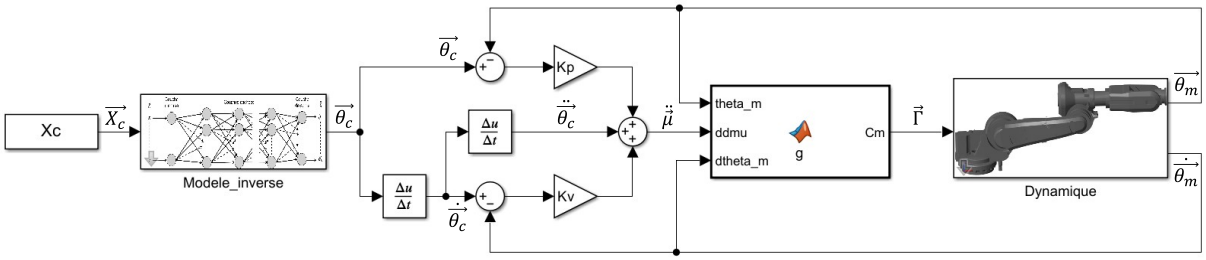
On note $\overrightarrow{\theta_c} = \left(\theta_{1_c}, \theta_{2_c}, \theta_{3_c}, \theta_{4_c}, \theta_{5_c}, \theta_{6_c}\right)^T$ le vecteur de consigne de positions angulaires des actionneurs obtenue à partir du vecteur des paramètres de consigne de position et d'orientation de l'effecteur $\overrightarrow{X_c} = (x_c, y_c, z_c, \alpha_c, \beta_c, \gamma_c)^T$. On note $\dot{\overrightarrow{\theta_c}}$ et $\ddot{\overrightarrow{\theta_c}}$ les dérivées temporelles de $\overrightarrow{\theta_c}$.

On considère que le système réel du robot polyarticulé se met sous la forme :

$$\vec{\Gamma} = A(\vec{\theta})\ddot{\vec{\theta}} + B\left(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}}\right)\dot{\vec{\theta}} + C(\vec{\theta})$$

Les mesures de positions et de vitesses angulaires pour tous les axes sont regroupées dans les vecteurs $\overrightarrow{\theta_m}$ et $\dot{\overrightarrow{\theta_m}}$. Ces mesures sont réalisées directement sur les arbres de sortie des moteurs des actionneurs.

Le schéma de commande du robot est présenté sur la figure ci-dessous où l'image de l'écart entre la consigne et la mesure est notée $\ddot{\vec{\mu}}$.



Ce schéma fait appel à la fonction $\vec{g}$ telle que :

$$\vec{g}\left(\overrightarrow{\theta_m}, \dot{\overrightarrow{\theta_m}}, \ddot{\vec{\mu}}\right) = A(\overrightarrow{\theta_m})\ddot{\vec{\mu}} + B\left(\overrightarrow{\theta_m}, \dot{\overrightarrow{\theta_m}}\right)\dot{\overrightarrow{\theta_m}} + C(\overrightarrow{\theta_m})$$

Les paramètres $K_p = \left(K_{p_1}, K_{p_2}, K_{p_3}, K_{p_4}, K_{p_5}, K_{p_6}\right)^T$ et $K_v = \left(K_{v_1}, K_{v_2}, K_{v_3}, K_{v_4}, K_{v_5}, K_{v_6}\right)^T$ sont indépendants du temps.

Question 4.12 : Par lecture du schéma de commande, écrire l'équation de commande donnant $\vec{\Gamma}$ en fonction des consignes d'angle de rotation $\overrightarrow{\theta_c}$, de vitesse de rotation $\dot{\overrightarrow{\theta_c}}$ et d'accélération angulaire $\ddot{\overrightarrow{\theta_c}}$, et des mesures de l'angle de rotation $\overrightarrow{\theta_m}$ et de vitesse de rotation $\dot{\overrightarrow{\theta_m}}$.

On suppose que le modèle est parfait : le robot se comporte comme le modèle. On peut alors écrire : $\vec{\Gamma} = A(\overrightarrow{\theta_m})\ddot{\overrightarrow{\theta_m}} + B\left(\overrightarrow{\theta_m}, \dot{\overrightarrow{\theta_m}}\right)\dot{\overrightarrow{\theta_m}} + C(\overrightarrow{\theta_m})$.

Question 4.13 : Montrer que l'erreur d'angle $\vec{\varepsilon} = \overrightarrow{\theta_c} - \overrightarrow{\theta_m}$ respecte l'équation suivante :

$$\ddot{\vec{\varepsilon}} + K_v\dot{\vec{\varepsilon}} + K_p\vec{\varepsilon} = \vec{0}$$

Pour une composante $\varepsilon_i \; \forall \; i \in [\![1,6]\!]$ du vecteur $\vec{\varepsilon}$, donner la forme de la solution de l'équation $\ddot{\varepsilon}_i + K_{v_i}\dot{\varepsilon}_i + K_{p_i}\varepsilon_i = 0$ et discuter de l'intérêt de ce schéma de commande.

Question 4.14 : Expliciter le rôle des paramètres K_v et K_p sur les performances du système.

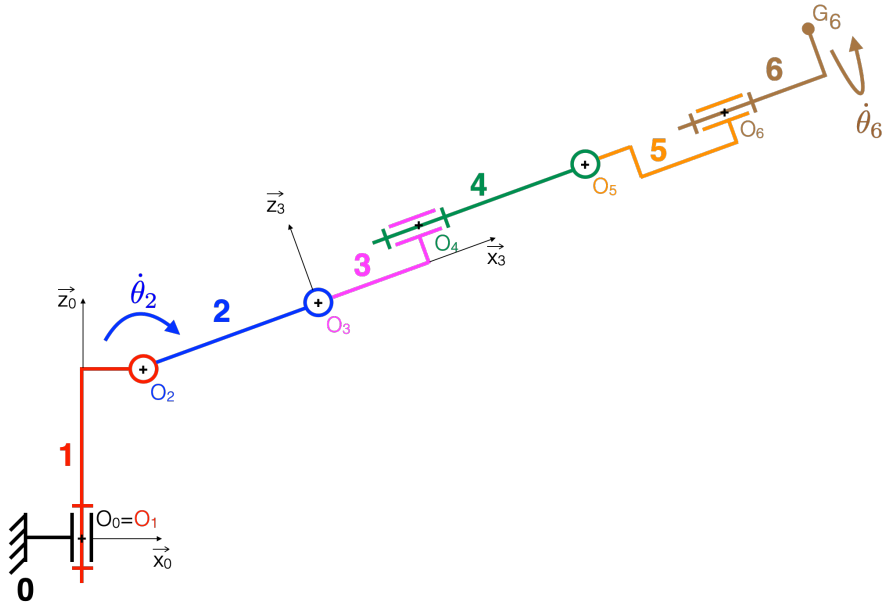
PARTIE 5 : Analyse dynamique du robot et dimensionnement des actionneurs

L'objectif de cette partie est de définir le lien entre les accélérations angulaires dans les articulations et les couples fournis par les actionneurs, afin de dimensionner ceux-ci en lien avec le niveau d'accélération maximal admissible.

Dans toute cette partie, le référentiel du socle **0** (bâti) muni du repère cartésien $\mathcal{R}_0 = (O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ est supposé galiléen.

5.1 Étude d'une situation particulière

On analyse les effets dynamiques dans une situation particulière de mouvement du robot, schématisée ci-dessous, représentative d'une forte accélération. Cette situation est définie par le blocage en rotation des axes 1, 3, 4 et 5, dans une position d'élongation maximale du robot caractérisée par $\theta_1 = \theta_3 = \theta_4 = \theta_5 = 0$. Seules les rotations autour des axes 2 et 6 (associées aux vitesses angulaires $\dot{\theta}_2$ et $\dot{\theta}_6$) sont possibles.



Dans toute cette partie, on néglige les distances c_3 et z_{G_6} (prises donc égales à zéro). Ainsi, la position du point G6 est définie par $\overrightarrow{O_2G_6} = L_6.\overrightarrow{x_3}$ avec

$$L_6 = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + x_{G_6}$$

Les caractéristiques dynamiques des différentes pièces du robot sont regroupées dans l'Annexe D. Pour chaque solide i, on donne la masse, la position du centre de gravité et la matrice d'inertie dans la base locale $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

Question 5.1 : Donner l'expression de la vitesse $\vec{V}(G_6, 6/0)$ et de l'accélération $\vec{a}(G_6, 6/0)$ du point G6, dans son mouvement par rapport au socle **0.**

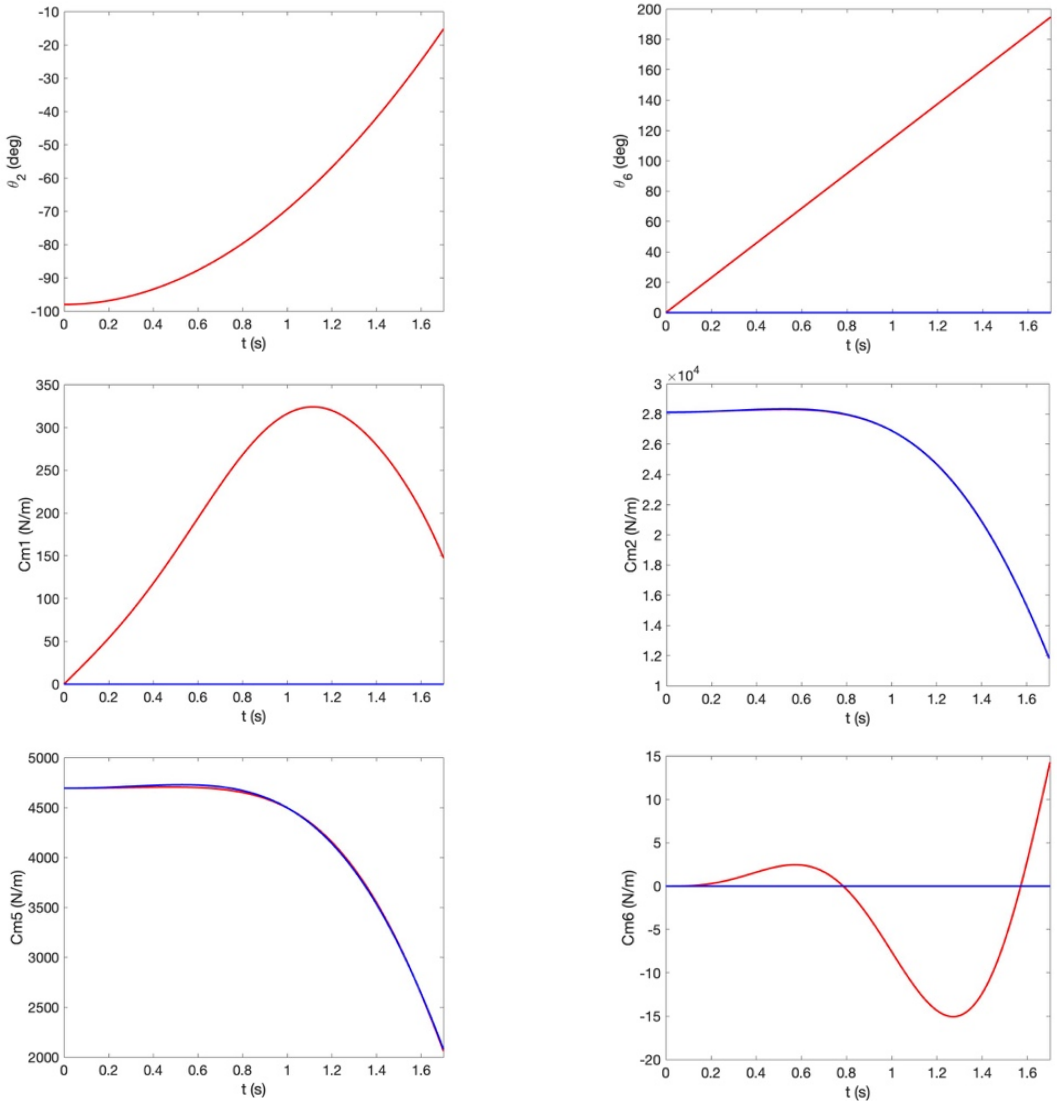
Question 5.2 : Déterminer l'expression du moment dynamique $\vec{\delta}(G_6, 6/0)$ dans la base la plus appropriée.

Question 5.3 : Par application du théorème du moment dynamique, montrer que l'expression du couple C_{m6} appliqué sur la liaison pivot entre le poignet **5** et l'effecteur **6** est de la forme $C_{m6} = k\sin(2\theta_6)\dot{\theta}_2^2$ où la constante k est à déterminer. Discuter le cas particulier $B_6 = C_6$ dans la matrice d'inertie de l'effecteur.

Question 5.4 : Proposer et mettre en œuvre une démarche permettant de déterminer l'expression du couple C_{m2} dans l'actionneur de la liaison entre l'embase **1** et l'épaule **2**. On pourra avantageusement introduire les grandeurs $L_2 = x_{G_2}$, $L_3 = a_2 + x_{G_3}$, $L_4 = a_2 + a_3 + x_{G_4}$ et $L_5 = a_2 + a_3 + a_4 + x_{G_5}$.

Par des démarches similaires, on peut déterminer l'ensemble des couples délivrés dans chacune des 6 articulations du robot.

On analyse les effets dynamiques lors du parcours de l'ensemble de la plage de variation [-98°,-12°] de l'angle θ_2, avec $\ddot{\theta}_2$ = 1 rad/s^2, $\dot{\theta}_6$= 0 (cas 1, en bleu) ou $\dot{\theta}_6$= 2 rad/s (cas 2, en rouge), et les conditions initiales $\theta_2(t=0) = -98°$, $\dot{\theta}_2(t=0) = 0$ et $\theta_6(t=0) = 0$.
Les évolutions temporelles simulées des angles θ_2, θ_6 et des couples C_{mi} sur chaque axe pour cette trajectoire sont représentées ci-dessous.



Question 5.5 : Commenter l'allure de la courbe d'évolution de C_{m1}. Justifier que théoriquement le couple C_{m1} est indépendant des effets de gravité, et indiquer le phénomène physique associé à la création d'un couple $C_{m1} \neq 0$ lorsque $\dot{\theta}_6 \neq 0$.

Question 5.6 : Indiquer qualitativement l'effet dynamique qui serait généré par un centre de gravité G_6 situé hors de l'axe $(O_6, \overrightarrow{x_6})$ de l'articulation 6, c'est-à-dire dans le cas $z_{G_6} \neq 0$.

5.2 Étude du cas général

On considère à présent une situation générale dans laquelle les mouvements des 6 articulations du robot sont possibles. On note $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)^T$ le vecteur des angles au niveau de ces 6 articulations, et $\vec{\Gamma} = (C_{m1}, C_{m2}, C_{m3}, C_{m4}, C_{m5}, C_{m6})^T$ le vecteur des couples exercés par les 6 actionneurs associés.

Question 5.7 : Donner l'expression générale de l'énergie cinétique d'un élément i du système (aucun calcul n'est demandé), et montrer qualitativement que l'énergie cinétique globale du système peut se mettre sous la forme :

$$E_c = \frac{1}{2}\dot{\vec{\theta}}^T A(\vec{\theta})\dot{\vec{\theta}}$$

où $A(\vec{\theta})$ est une matrice dont on indiquera la signification physique.

Question 5.8 : Indiquer une démarche rapide permettant d'aboutir au modèle global de la forme :

$$A(\vec{\theta})\ddot{\vec{\theta}} + \vec{B}\left(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}}\right)\dot{\vec{\theta}} + \vec{C}(\vec{\theta}) = \vec{\Gamma}$$

qui décrit le comportement dynamique du mécanisme. On détaillera la démarche et on explicitera la signification physique de chaque terme de l'égalité (sans en faire le calcul).

PARTIE 6 : Commande du frein de sécurité

Pour assurer le ralentissement ou le maintien à l'arrêt des articulations du robot lors de certaines phases de fonctionnement, ou lors de l'installation d'un nouvel effecteur sur le robot, des freins mécaniques à disque sont utilisés. Un dispositif de frein à disque est intégré dans chaque unité d'actionneur ; le disque tourne avec l'arbre moteur et peut être ralenti ou maintenu bloqué par le contact avec une garniture. Le système de freinage agit en parallèle de l'actionneur principal et possède sa propre alimentation en énergie électrique.

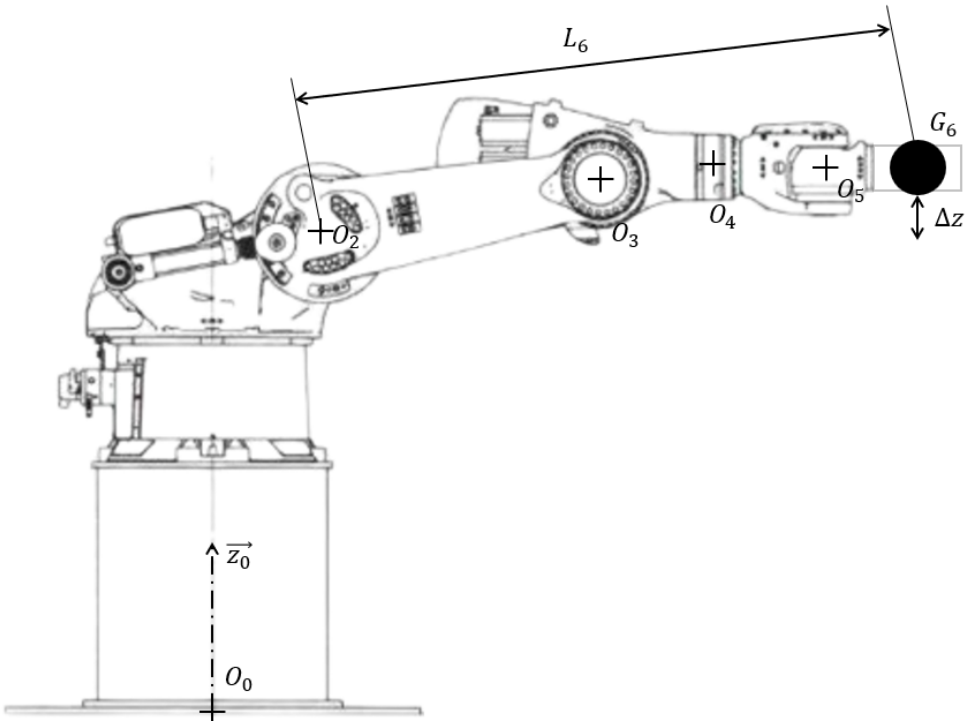
L'objectif de cette partie est de valider l'architecture et la commande d'un de ces systèmes de freinage.

6.1 Exigence de freinage

Lors de l'installation d'un nouvel effecteur sur le poignet, un mouvement brusque de l'effecteur vers le bas peut engendrer de graves blessures pour les personnes travaillant à proximité du robot. Pour éviter un tel mouvement en cas de défection d'un des actionneurs principaux, le système de freinage doit réagir suffisamment vite pour éviter la chute de l'effecteur.

On considère que le système de freinage réagit suffisamment vite si l'effecteur descend de moins de $\Delta z = 10$ mm après le déclenchement du système de freinage.

La figure ci-dessous illustre la situation la plus critique et le modèle utilisé pour étudier cette situation. On modélise l'effecteur par un point matériel G_6 de masse m_6 situé à une longueur $L_6 = 2450$ mm par rapport au centre O_2 de la liaison pivot entre les solides 1 et 2.

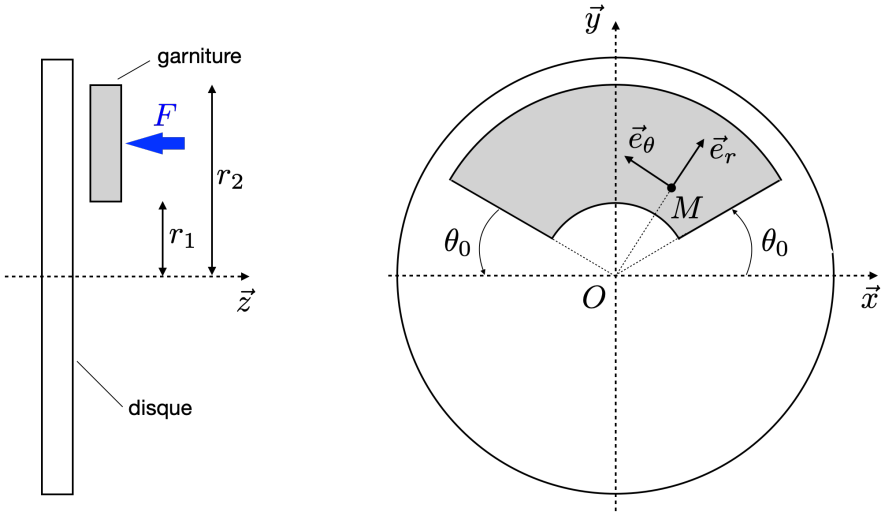


On suppose que l'effecteur vient d'être installé et que l'actionneur principal de l'axe 2, au point O_2, a une avarie au temps $t = 0$. Tous les autres actionneurs sont bloqués dans la position décrite sur la figure ci-dessus. L'accélération de la pesanteur est notée $g = 9{,}81$ m/s² et est dirigée selon $-\overrightarrow{z_0}$.

Question 6.1 : En détaillant les hypothèses jugées utiles, déterminer la durée de la chute de l'effecteur sans système de freinage d'urgence pour parcourir 10 mm. En déduire un critère de rapidité du système de freinage d'urgence.

6.2 Modélisation des actions de contact

On met ici en place la modélisation des actions mécaniques de contact entre la garniture et le disque. La représentation du dispositif de freinage sur chaque articulation du robot est donnée ci-dessous.



On note ds un petit élément de surface de contact entre la garniture et le disque, M un point de cet élément de surface, f le coefficient de frottement statique entre les deux matériaux en contact, et p la pression surfacique, supposée uniforme, résultant de l'effort presseur $\vec{F}$ de la garniture sur le disque.
On considère que la tendance au mouvement du disque est décrite dans le sens horaire, afin d'obtenir un couple de freinage C_f positif selon $\vec{z}$.

Question 6.2 : Après avoir identifié les caractéristiques de l'action mécanique tangentielle locale au point M, donner le torseur d'action mécanique local sur l'élément de surface ds de la garniture sur le disque en O, noté $\{dT_{g\to d}\}_O$.

Question 6.3 : Donner l'expression du couple de freinage C_f en fonction de F, f et des caractéristiques dimensionnelles de la garniture.

6.3 Architecture de commande du frein

L'effort presseur F exercé par la garniture sur le disque est généré par une chaîne de puissance composée de :

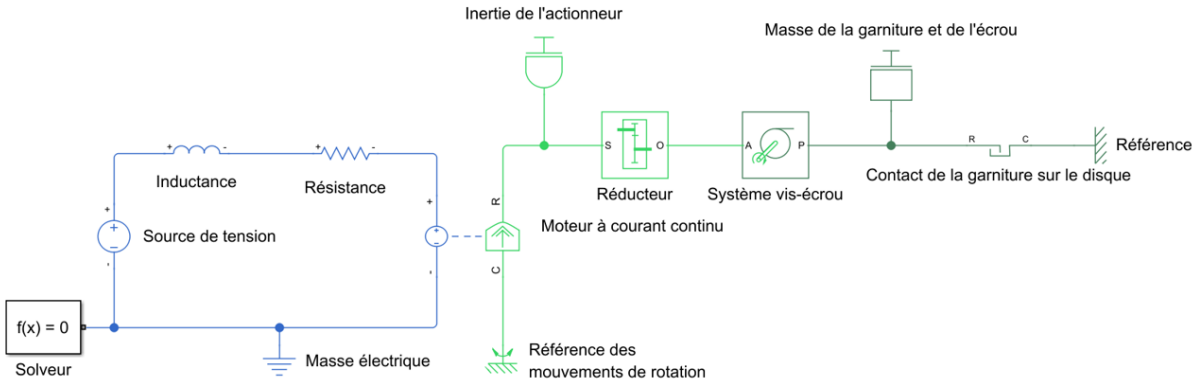
- Un moteur à courant continu à aimants permanents alimenté par un modulateur d'énergie de type hacheur série ;
- Un réducteur à engrenage de gain k_r qui réduit la vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- Un système vis-écrou de pas p_{ve} qui transforme la vitesse de rotation du réducteur en vitesse de translation de l'écrou.

Le déplacement de l'écrou écrase la garniture contre le disque. La garniture exerce alors un effort presseur sur le disque, provoquant ainsi le freinage de l'axe concerné.

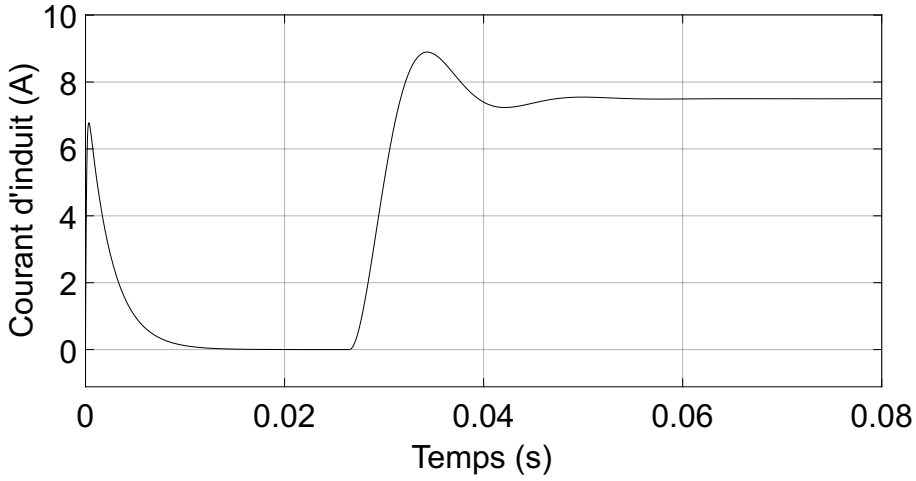
Les exigences de maintien à l'arrêt d'un axe sont les suivantes :

- L'effort presseur ne doit pas dépasser de plus de 40% la valeur en régime permanent ;
- Le temps de réponse à 5% du système de freinage doit être inférieur ou égal à 40 ms.

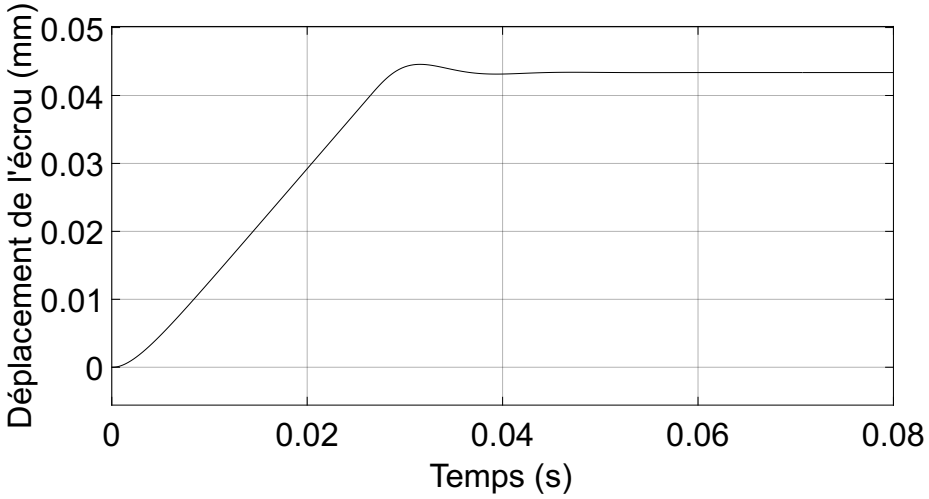
Le système de freinage est modélisé par le modèle acausal suivant.



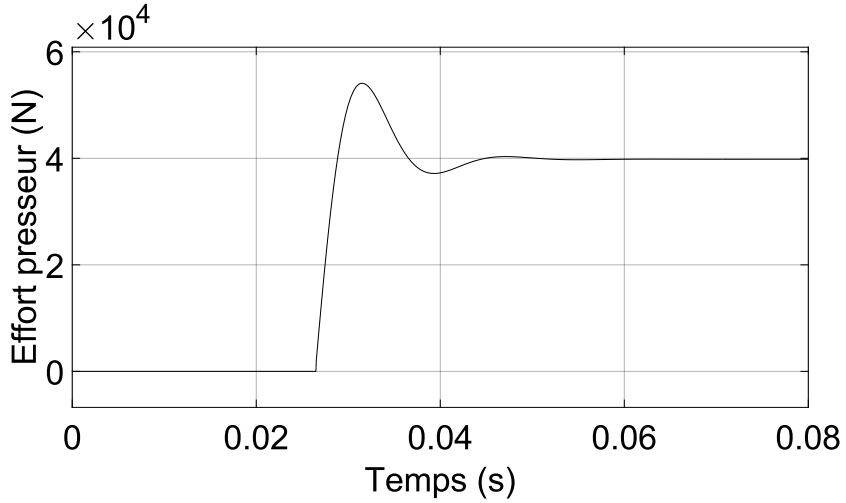
Les figures ci-dessous présentent les résultats de simulation du modèle acausal pour un échelon de tension de 15 V imposé aux bornes du moteur à courant continu.



Simulation du courant d'induit du moteur pour un échelon de tension de 15 V



Simulation du déplacement de l'écrou pour un échelon de tension de 15 V



Simulation de l'effort presseur pour un échelon de tension de 15 V

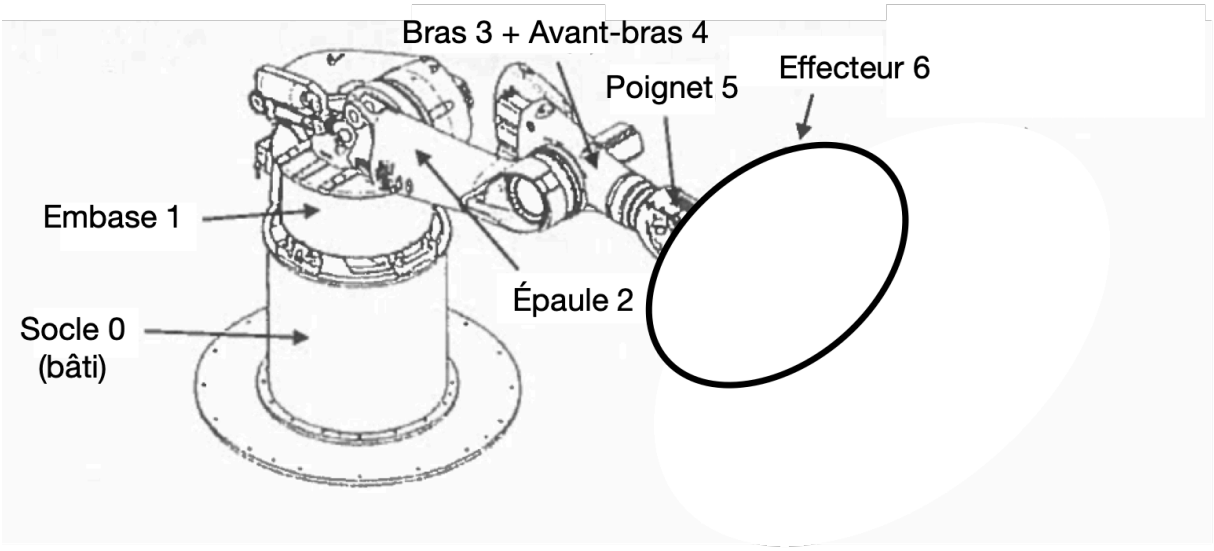
Question 6.4 : Justifier qualitativement l'allure de la courbe de courant. Expliquer l'origine du retard de l'effort presseur par rapport au déplacement de la garniture.

Question 6.5 : Les exigences de maintien à l'arrêt d'un des axes par ce dispositif de freinage sont-elles satisfaites ? Justifier votre réponse.

*** FIN DU SUJET ***

Annexe A : Architecture du robot

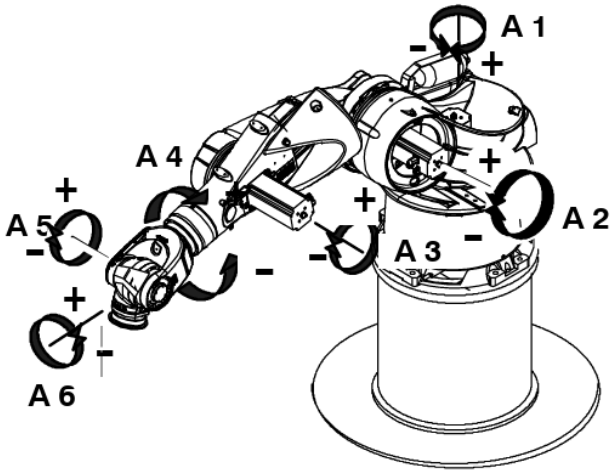
Schéma d'ensemble



Caractéristiques techniques (données du constructeur)

- Type de robot : Kuka KR 500/1 TÜV
- Nombre d'axes : 6
- Masse du robot : 2350 kg

Définition des axes



Axe	Plage de mouvements		Vitesse de rotation
	Limitation logicielle	Limitation matérielle	
1	$[-133°, 133°]$	$[-173°, 173°]$	69 °/s
2	$[-98°, -12°]$	$[-100°, -10°]$	57 °/s
3	$[-29°, 14°]$	$[-30°, 17°]$	69 °/s
4	$[-350°, 350°]$	$[-360°, 360°]$	76 °/s
5	$[-58°, 58°]$	$[-58°, 58°]$	76 °/s
6	$[-350°, 350°]$	$[-360°, 360°]$	120 °/s

Annexe B : Modélisation et paramétrage du robot

Schéma cinématique 3D

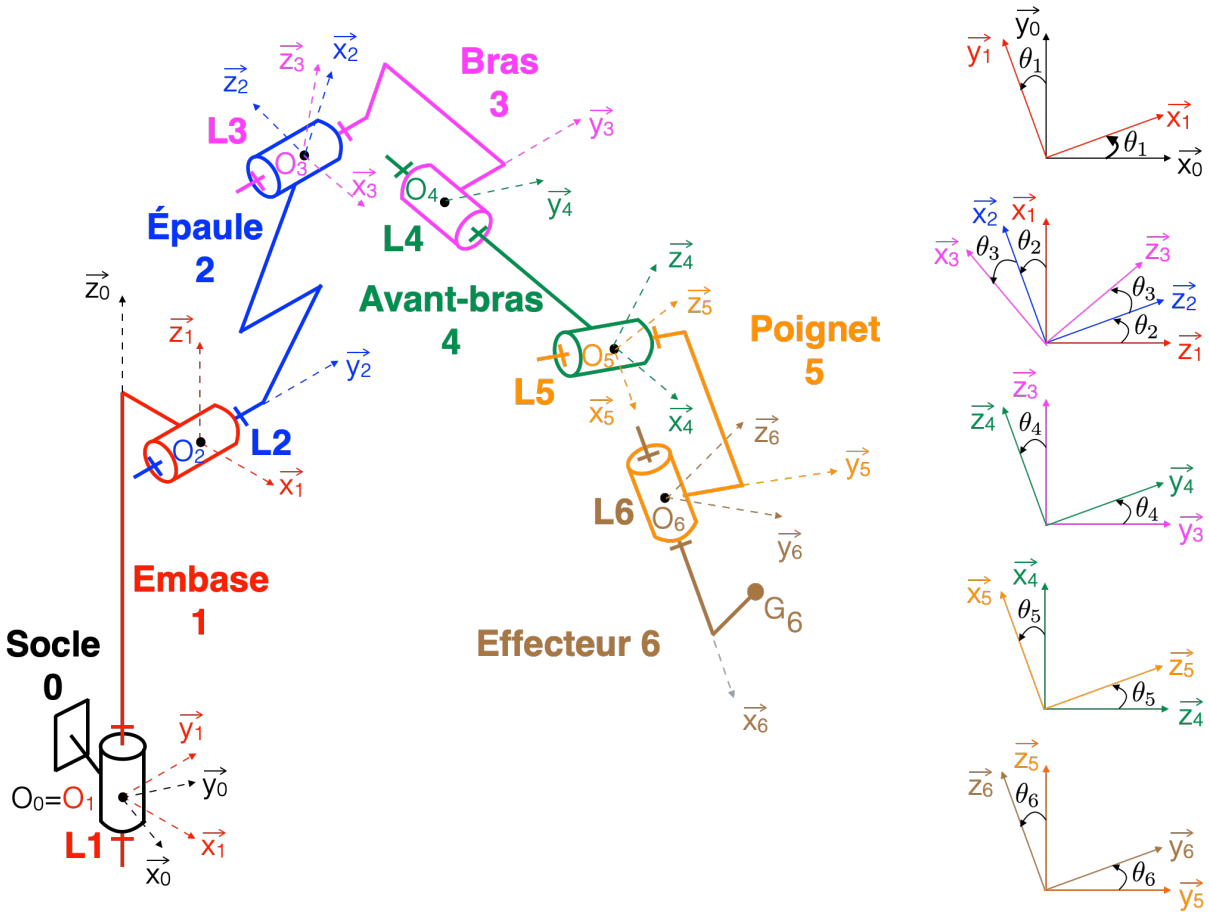
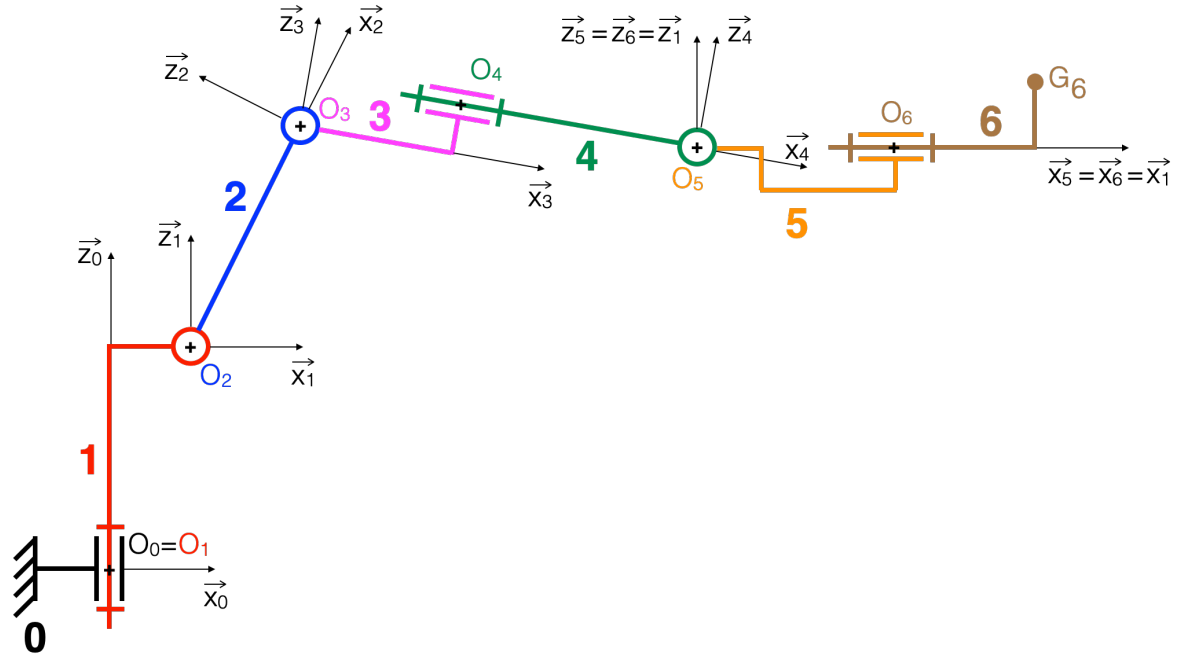


Schéma cinématique 2D dans le plan $(\mathbf{O_0}, \overrightarrow{\mathbf{x_0}}, \overrightarrow{\mathbf{z_0}})$



Paramétrage géométrique

On note :

- $\mathcal{R}_0 = (O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ le repère cartésien associé au socle **0**. Le socle est encastré au sol et est considéré comme le bâti, définissant un référentiel galiléen.
- $\mathcal{R}_1 = (O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ le repère cartésien associé à l'embase **1**, et $\theta_1 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ l'angle de rotation de l'embase **1** par rapport au socle **0** autour de l'axe $(O_1, \overrightarrow{z_1})$.
- $\mathcal{R}_2 = (O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ le repère cartésien associé à l'épaule **2**, et $\theta_2 = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$ l'angle de rotation de l'épaule **2** par rapport à l'embase **1** autour de l'axe $(O_2, \overrightarrow{y_2})$.
- $\mathcal{R}_3 = (O_3, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ le repère cartésien associé au bras **3**, et $\theta_3 = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_3}) = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3})$ l'angle de rotation du bras **3** par rapport à l'épaule **2** autour de l'axe $(O_3, \overrightarrow{y_3})$.
- $\mathcal{R}_4 = (O_4, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$ le repère cartésien associé à l'avant-bras **4**, et $\theta_4 = (\overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{y_4}) = (\overrightarrow{z_3}, \overrightarrow{z_4})$ l'angle de rotation de l'avant-bras **4** par rapport au bras **3** autour de l'axe $(O_4, \overrightarrow{x_4})$.
- $\mathcal{R}_5 = (O_5, \overrightarrow{x_5}, \overrightarrow{y_5}, \overrightarrow{z_5})$ le repère cartésien associé au poignet **5**, et $\theta_5 = (\overrightarrow{z_4}, \overrightarrow{z_5}) = (\overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{x_5})$ l'angle de rotation du poignet **5** par rapport à l'avant-bras **4** autour de l'axe $(O_5, \overrightarrow{y_5})$.
- $\mathcal{R}_6 = (O_6, \overrightarrow{x_6}, \overrightarrow{y_6}, \overrightarrow{z_6})$ le repère cartésien associé à l'effecteur **6**, et $\theta_6 = (\overrightarrow{y_5}, \overrightarrow{y_6}) = (\overrightarrow{z_5}, \overrightarrow{z_6})$ l'angle de rotation de l'effecteur **6** par rapport au poignet **5** autour de l'axe $(O_6, \overrightarrow{x_6})$.

La position du centre de gravité de l'effecteur **6** est définie par le point G_6.

On définit les positions suivantes :

$\overrightarrow{O_0O_2} = a_1\overrightarrow{x_1} + c_1\overrightarrow{z_1}$

$\overrightarrow{O_2O_3} = a_2\overrightarrow{x_2}$

$\overrightarrow{O_3O_4} = a_3\overrightarrow{x_3} + c_3\overrightarrow{z_3}$

$\overrightarrow{O_4O_5} = a_4\overrightarrow{x_4}$

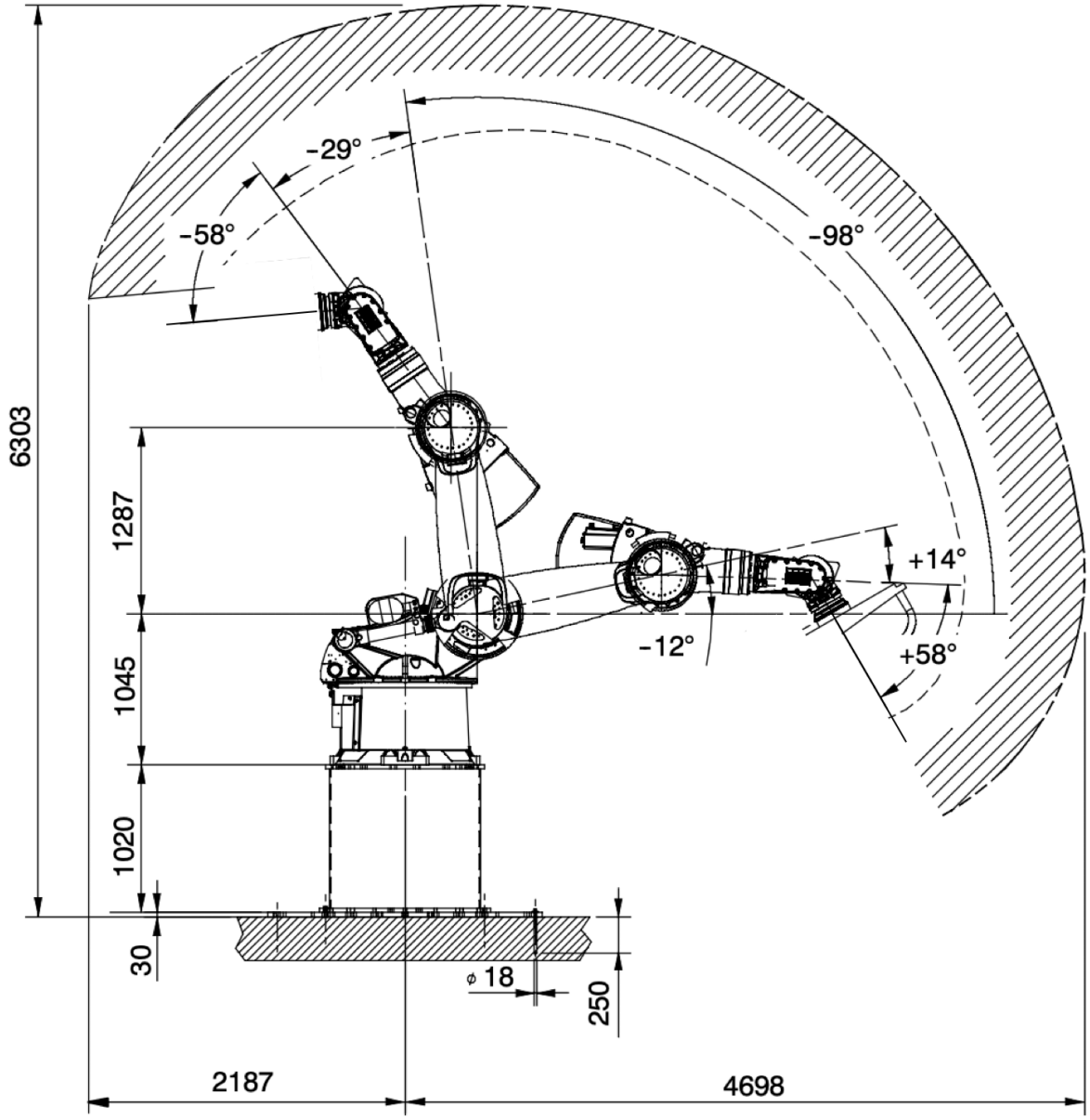
$\overrightarrow{O_5O_6} = a_5\overrightarrow{x_5}$

$\overrightarrow{O_6G_6} = x_{G_6}\overrightarrow{x_6} + z_{G_6}\overrightarrow{z_6}$

On donne :

a_1 = 492 mm ; c_1 = 2065 mm ; a_2 = 1259 mm ; a_3 = 516 mm ; c_3 = 43 mm ;
a_4 = 512 mm ; a_5 = 222 mm ; x_{G_6} = 400 mm ; z_{G_6} = 50 mm

Annexe C : Enveloppe de travail du robot



Annexe D : Données dynamiques du robot

- **Embase 1 :**

m_1 = 520 kg

$\overrightarrow{O_1G_1} = x_{G1}\overrightarrow{x_1} + y_{G1}\overrightarrow{y_1} + z_{G1}\overrightarrow{z_1}$

x_{G1} = 190 mm ; y_{G1} = 110 mm ; z_{G1} = 710 mm

$$I(G_1,1) = \begin{pmatrix} A_1 & -D_1 & -E_1 \\ -D_1 & B_1 & -F_1 \\ -E_1 & -F_1 & C_1 \end{pmatrix}_{B_1}$$

- **Épaule 2 :**

m_2 = 220 kg

$\overrightarrow{O_2G_2} = x_{G2}\overrightarrow{x_2} + y_{G2}\overrightarrow{y_2}$

x_{G2} = 430 mm ; y_{G2} = -90 mm

$$I(G_2,2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{B_2}$$

Bras 3 :

m_3 = 180 kg

$\overrightarrow{O_3G_3} = x_{G_3}\overrightarrow{x_3} + z_{G_3}\overrightarrow{z_3}$

x_{G_3} = -50 mm ; z_{G_3} = 20 mm

$$I(G_3,3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{B_3}$$

- **Avant-bras 4 :**

m_4 = 80 kg

$\overrightarrow{O_4G_4} = x_{G_4}\overrightarrow{x_4}$

x_{G_4} = 250 mm

$$I(G_4,4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{B_4}$$

- **Poignet 5 :**

m_5 = 50 kg

$\overrightarrow{O_5G_5} = x_{G_5}\overrightarrow{x_5}$

x_{G_5} = 110 mm

$$I(G_5,5) = \begin{pmatrix} A_5 & 0 & 0 \\ 0 & B_5 & 0 \\ 0 & 0 & C_5 \end{pmatrix}_{B_5}$$

- **Effecteur 6 :**

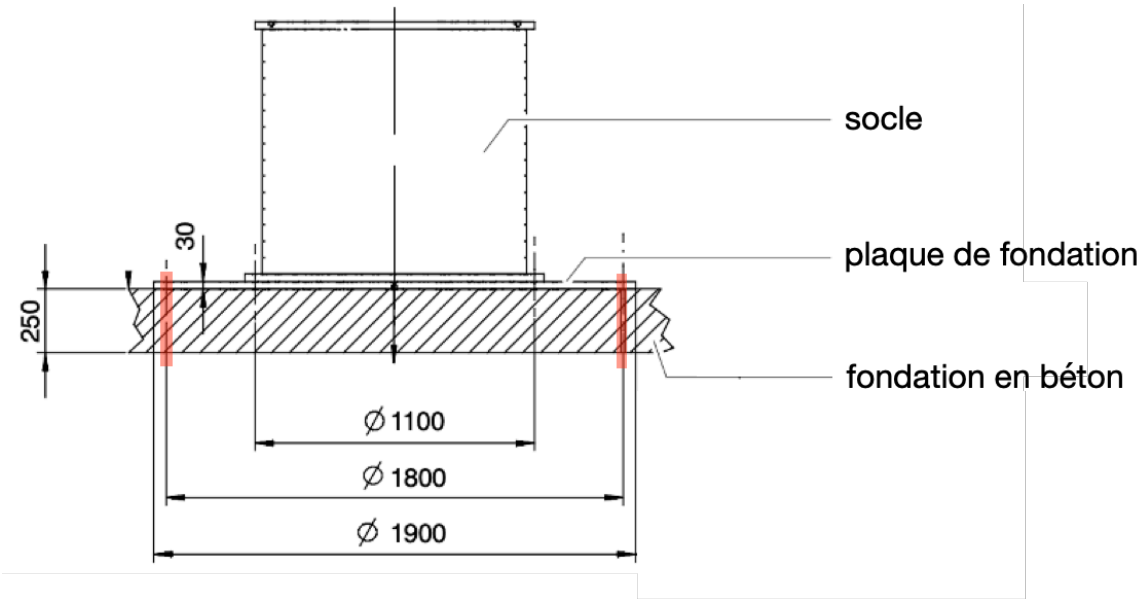
m_6 = 600 kg

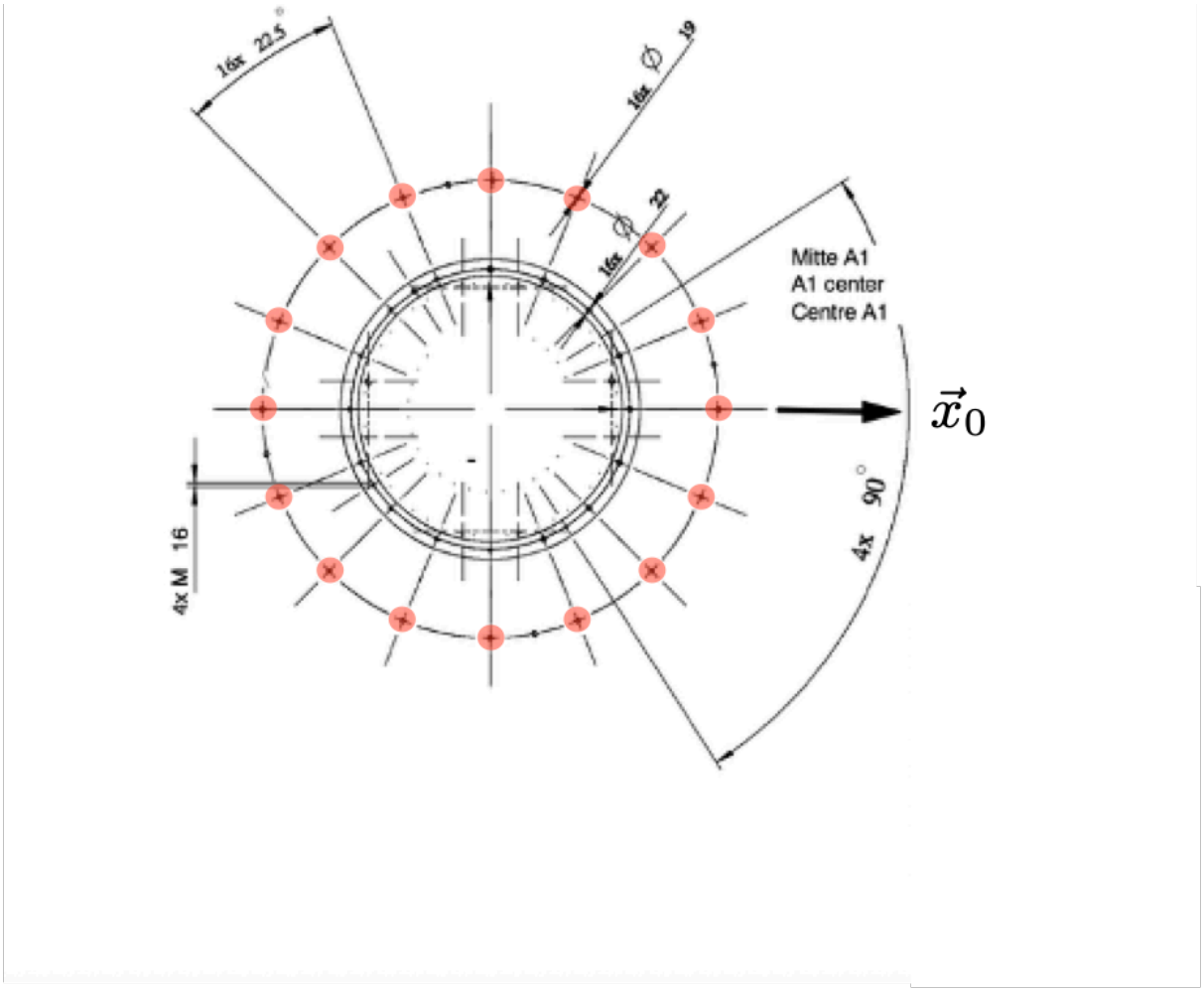
$\overrightarrow{O_6G_6} = x_{G_6}\overrightarrow{x_6} + z_{G_6}\overrightarrow{z_6}$

x_{G_6} = 400 mm ; z_{G_6} = 20 mm

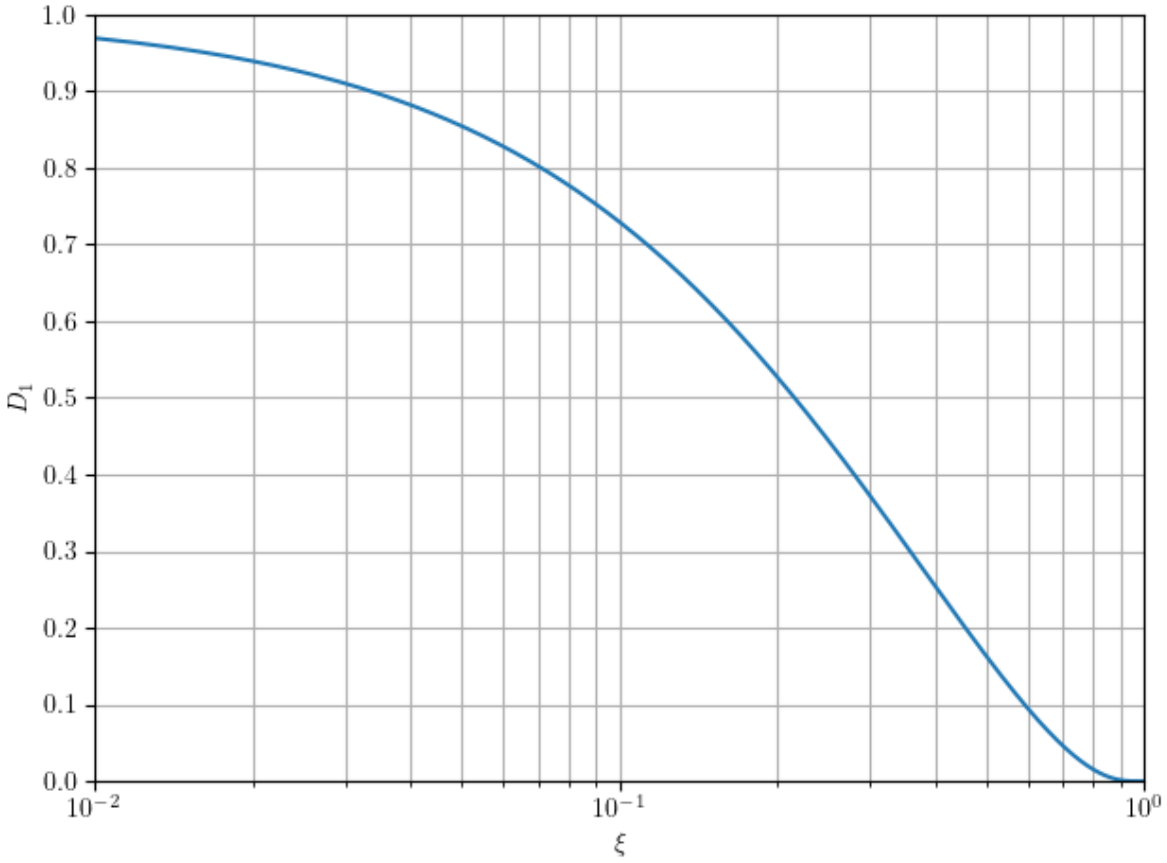
$$I(G_6,6) = \begin{pmatrix} A_6 & 0 & 0 \\ 0 & B_6 & 0 \\ 0 & 0 & C_6 \end{pmatrix}_{B_6}$$

Annexe E : Dispositif de fixation du robot au sol





Annexe F : Abaque du premier dépassement relatif D_1 en fonction du coefficient d'amortissement ξ



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Transmetteurs de puissance et trains d'engrenages
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi